

Die Mikrowellen-Hintergrundstrahlung

Vitalij Lutsker

01.11.08

Abstract

Die vorliegende Arbeit wurde im WS08/09 im Rahmen des Ausbildungsseminars über Astroteilchenphysik verfasst. Das Ziel dieser Arbeit war eine Einführung in das Thema kosmische Hintergrundstrahlung zu machen.

Als Erstes wird die Entwicklung der Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet des kosmischen Mikrowellen Hintergrunds von den theoretischen Vorhersagen Gamovs bis hin zur experimentellen Entdeckung durch Penzias und Wilson historisch geschildert. Danach werden die grundlegenden Eigenschaften der Hintergrundstrahlung vorgestellt. Wichtige Messexperimente werden dann im Kapitel 3 aufgelistet und kurz erläutert. Im Kapitel 4 sollen dann Folgerungen aus der Existenz der kosmischen Hintergrundstrahlung, welche für die Kosmologie relevant sind, besprochen werden.

1 Vorgeschichte und Entdeckung der CMB

Angefangen hat alles mit der anfangs kontroversen, mit der Zeit dennoch immer mehr anerkannten Theorie von Albert Einstein, der Allgemeinen Relativitätstheorie. Im Rahmen dieser Theorie war es nun möglich von der Existenz eines expandierenden Universums zu sprechen. Einstein selber war aber von einem statischen Universum überzeugt und fügte dazu in die Feldgleichungen der Theorie eine kosmologische Konstante ein. Die erste Berechnung der Feldgleichungen war bereits 1922 von Alexander Friedmann durchgeführt. Er konnte zeigen, dass es zwei mögliche Lösungsmengen dieser Gleichungen gibt. Die eine enthält Lösungen, die ein Universum beschreiben, das unendlich lange expandiert, die anderen Lösungen beschreiben eine Expansion bis zu einem Maximum, wonach das Universum wieder kollabiert. Es kann nun aus den experimentellen Daten gefolgert werden, welches Modell der Realität am nächsten kommt. Sieben Jahre nach Friedmanns Rechnungen beobachtet Edwin Hubble die Expansion durch Analyse der Rotverschiebung der Galaxien. Er entdeckte, dass sich die von Galaxien gemessenen Spektren von denen der Erde unterscheiden. Daraus schloß er eine Fluchtbewegung der Galaxien und leitete das Hubblesche Gesetz ab. Diese Erfolge beflügelten viele Physiker, darunter George Gamow, Ralph A. Alpher und Robert C. Herman, die ein Modell eines heißen Big Bangs entwickelten. Die Dichte des Universums wächst mit dem abnehmenden Skalenparameter, wobei die Materiedichte sich wie $\epsilon_M \propto a^{-3}$, Energiedichte der Strahlung wie $\epsilon_r \propto a^{-4}$ bzgl. des Skalenparameters verhält. Andererseits ist $\epsilon_r \propto T^4$, woraus sofort folgt

$$T(t) \propto \frac{1}{a(t)}$$

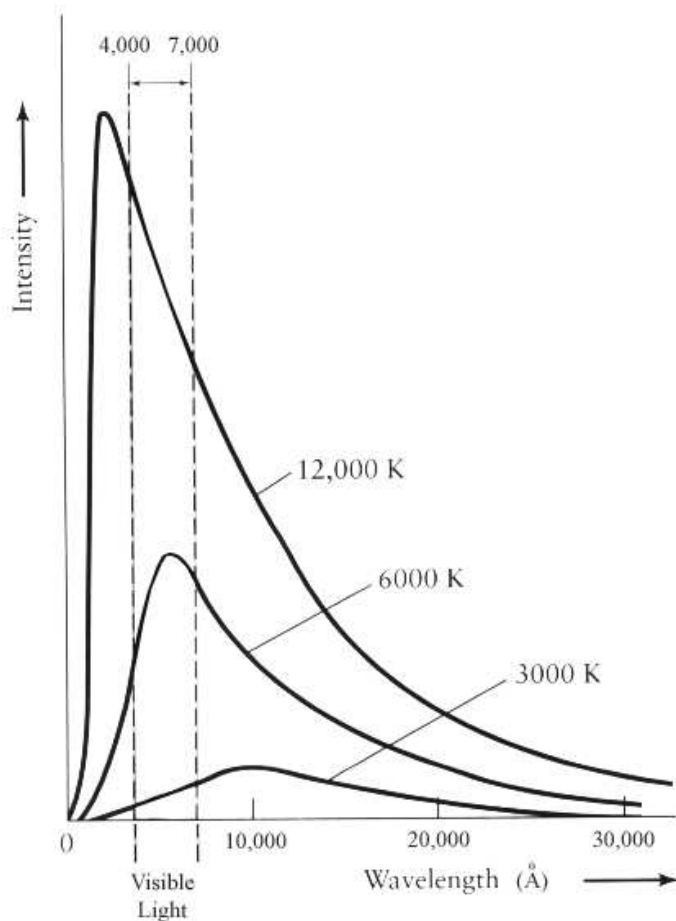
Durch solche Überlegungen folgerte George Gamow, dass das Universum anfangs heiß war. Expansion führte zur Abkühlung und bei Temperaturen unter 10 000K fand die Entkopplung der Strahlung von der Materie statt. Diese Strahlung sollte auch heute vorhanden sein. Die Abschätzung haben dann Alpher und Herman gemacht, danach sollte dies eine Schwarzkörperstrahlung der Temperatur 5-10K[11] sein, das heißt die Strahlung liegt im Mikrowellenbereich.

Ähnliche Überlegungen machte Robert H. Dicke in Princeton. Er ließ von seinen Mitarbeitern Peter G. Roll und David T. Wilkinson Mikrowellenantennen mit Heliumgekühlten Detektoren auf dem Dach des geologischen Instituts aufstellen. P. James E. Peebles, ebenfalls in Princeton, begleitete auf Anregung von Dicke diese Arbeiten theoretisch. Zu dieser Zeit herrschte noch eine große Unsicherheit über die Parameter der kosmischen Modelle, wie beispielsweise über den Wert der Hubble-Konstanten, welcher zu groß war und folglich auf viel zu kurze kosmische Zeiten führte, im Widerspruch zu Ergebnissen aus dem radioaktiven Zerfall. In der Nähe von Princeton in den Bell-Labs experimentierten zwei Physiker und spätere Nobelpreisträger, Robert Wilson und Arno Penzias mit Mikrowellenempfängern und stießen dabei auf unerklärbares Rauschen im Mikrowellenbereich. Eher zufällig erfuhren sie über die Arbeitsgruppe und ihre Forschungsinteressen in Princeton. Kontaktaufnahme, Besuch und als Ergebnis

- zwei Publikationen, erschienen im Astrophysical Journal. Darauf folgte aktive Untersuchungsphase, die bis heute andauert.

2 CMB und Schwarzkörperstrahlung

Aus den Messungen und theoretischen Überlegungen weiss man, dass die Mikrowellen-Hintergrundstrahlung eine Schwarzkörperstrahlung ist. Deswegen erscheint es sinnvoll die grundlegende Eigenschaften dieser Strahlung zu diskutieren, welche für das Verständnis des kosmischen Hintergrunds, sowie seiner Bedeutung in der Astrophysik unerlässlich sind.



Das Bild zeigt eine typische Schwarzkörperstrahlung. Diese ist ein Charakteristikum eines idealen "schwarzen" Strahlers. Schwarz und ideal deswegen, weil ein solcher Körper keine Strahlung reflektiert, sondern sie vollständig absorbiert. Er stellt ein abgeschlossenes System dar, in dem ein thermodynamisches Gleichgewicht herrscht. Das Spektrum hängt dabei nur von der Temperatur des

Schwarzkörpers ab. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass beim Erhöhen der Temperatur mehr Strahlung aller Wellenlängen emittiert wird. Man betrachte nun ideales Photonengas. Photonen sind Bosonen, folgen also der BOSE-EINSTEIN-Statistik. Die mittlere Besetzungszahl eines Zustands der Energie $E = h\nu$ im thermodynamischen Gleichgewicht bei Temperatur T ist daher gegeben durch

$$\langle n_\nu \rangle = \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \quad (1)$$

wobei $k_B = 8.619 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1}$ BOLTZMANN-Konstante. Die Zustandsdichte, also die Anzahl der erlaubten Schwingungszustände im Frequenzintervall $\nu + d\nu$ pro Volumen ist gegeben durch

$$g(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (2)$$

die Mittlere Energie pro Schwingungszustand ist nun einfach das Produkt der mittleren Besetzungszahl eines Schwingungszustandes der Energie $E = h\nu$ mit der Energie eines Photons

$$\langle E_\nu \rangle = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \quad (3)$$

die Energiedichte ist dann gegeben durch

$$\epsilon(\nu)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{\exp(h\nu/k_B T) - 1} \quad (4)$$

Das ist die bekannte Planck-Verteilung. Dabei hat die Verteilung ein Maximum bei

$$\nu_{max} \approx 2.82 k_B T / h$$

oder

$$\nu_{max} = 5.88 \cdot 10^{10} \cdot T [\text{Hz K}^{-1}]$$

Dieser Zusammenhang ist als WIENSCHES Verschiebungssatz bekannt. Umrechnung auf Wellenlänge liefert

$$\lambda_{max} = \frac{2897.8 \mu\text{m K}}{T}$$

Man kann nun ausrechnen bei welcher Wellenlänge das Maximum einer Planckstrahlungskurve der Temperatur 2.7K auftritt

$$\lambda_{max}^{T=2.7K} = \frac{2897.8 \mu\text{m K}}{2.7K} \approx 0.1 \text{ cm}$$

Zwei Grenzfälle der PLANCK-Verteilung sind für die Untersuchung der Hintergrundstrahlung besonders interessant. Erster Fall tritt für kleine Frequenzen

$h\nu \ll k_B T$. Man kann in diesem Fall die Exponentialfunktion um Null entwickeln und bekommt

$$\epsilon(\nu)d\nu \approx \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 k_B T d\nu \quad (5)$$

Das bereits vor Planck bekannte RAYLEIGH-JEANS-Gesetz. Betrachtet man nun dagegen hohe Frequenzen $h\nu \gg k_B T$, so wird die Exponentialfunktion im Nenner gegenüber 1 groß und man erhält die WIEN-Näherung

$$\epsilon(\nu)d\nu \approx \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T) d\nu \quad (6)$$

Integration der Gl.(4) über alle Frequenzen liefert nun

$$\epsilon = \int_0^\infty \epsilon(\nu) d\nu = a_B T^4 \quad (7)$$

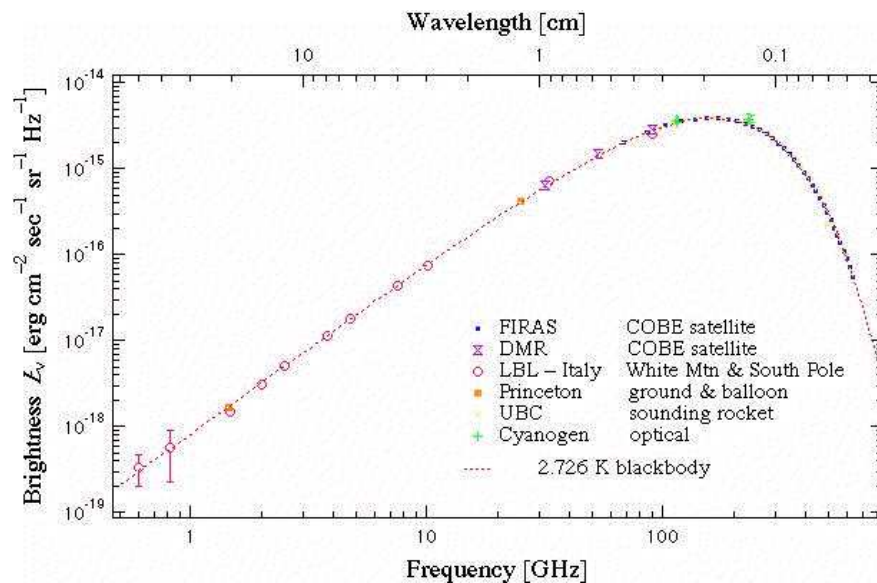
mit $a_B = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} = 7.56 \cdot 10^{-16} \text{ Jm}^{-3} \text{ K}^{-4}$. Dies ist das berühmte STEFAN-BOLTZMANN-Gesetz. Man kann zeigen(siehe z.b. [3, p. 205]), dass die mittlere Photonendichte

$$n = \frac{30\zeta(3)a}{\pi^4 k_B} T^3 = 2.03 \cdot 10^7 T^3 \text{ m}^{-3} \quad (8)$$

beträgt. Mit dem bekannten Wert der Temperatur der Hintergrundstrahlung $T \simeq 2.73 \text{ K}$ errechnet sich die Anzahl der CBR-Photonen pro Kubikmeter zu $4.1 \cdot 10^8$.

3 Messung

Die Messung der CBR wird im wesentlichen durch Satelliten(COBE, WMAP), stationäre Radioteleskope(CBI) oder durch Luftballons(BOoMERanG), nach dem Vorbild der meteorologischen Messungen gemacht. Dabei haben die stationäre Radioteleskope höhere Leistung, allerdings können die Störungen durch Atmosphäre zum ernsthaften Problem werden. Die Ballons lösen dann dieses Problem, haben aber beschränktes Gewicht und Operationsdauer. Die Satellite haben ebenfalls begrenztes Gewicht, sind jedoch von der Operationsdauer den Ballons überlegen, allerdings sollte man anmerken, dass die Kosten einer kosmischen Mission, die einer Messung mit Ballons bei weitem übersteigen. Im Folgenden, möchte ich eine kurze Übersicht über die wichtigsten Datenquellen machen.



Erste Messungen

Wie bereits in der Einführung erwähnt, waren es Penzias und Wilson, die die Hintergrundstrahlung als erste gemessen haben. Sie haben bei 7.5 cm gemessen und bekamen als Resultat $3.5 \pm 1.0K$. Dieses Resultat passte zu einer Schwarzkörperstrahlung mit Temperatur um 3K, war aber natürlich kein Beweis für die Existenz der Strahlung. Weitere Messung machten Roll und Wilkinson bei 3.5 cm mit dem Ergebnis $3.0 \pm 0.5K$. Dies war ebenfalls ein Indiz, doch bei weitem kein Beweis. Es folgten weitere Messungen, die allerdings über 0.1 cm, dem Peak der 3K-Schwarzkörperstrahlung lagen. Um nun zeigen zu können, dass es sich tatsächlich um Planck-Spektrum handelt, muss man das exponentielle Falloff bei Wellenlängen unter 0.1 cm zeigen[Vgl.Gl.(6)]. Das ist aber deswegen problematisch, da die Atmosphäre in diesem Bereich undurchsichtig ist. Diese Herausforderung nahmen die Wissenschaftler an und entwickelten die "space-based" und "air-based" Methoden, die im weiteren kurz vorgestellt werden.

COBE

Der Cosmic Background Explorer(COBE), auch Explorer 66 genannt war einer der wichtigsten Instrumente zur Untersuchung des kosmischen Hintergrunds und war damit ein grosser Schritt entgegen dem besseren Verständnis des Universums. Die Rolle des COBE in der Wissenschaft ist schwer zu überschätzen. John Mather und George Smoot bekamen Nobelpreis 2006 für die Teilnahme(Leitung) am Projekt. Das Nobelpreis Committee äußerte sich folgendermaßen

"the COBE-project can also be regarded as the starting point for cosmology as a precision science"

COBE war mit drei Messinstrumenten Ausgestattet: DIRBE, FIRAS und DMR. DMR(Differential Microwave Radiometer) war ein Instrument zur Messung der Anisotropien der CBR. FIRAS(Far-InfraRed Absolute Spectrophotometer) nahm das Spektrum der Hintergrundstrahlung auf und DIRBE(Diffuse InfraRed Background Experiment) wurde benutzt um Staubemission abzubilden.

Resultat der COBE Mission war die präzise Messung des Spektrums der Hintergrundstrahlung durch FIRAS. Es stellte sich heraus, dass die CBR eine beinahe ideale Schwarzkörperstrahlung mit Temperatur $2.725K$ ist. Es wurde folgendermaßen ermittelt

- Thermometer im externen Kalibrator $\rightarrow T_0 = 2.730K$
- Kalibriert Temperaturskala von Wellenlängenskala $\rightarrow T_0 = 2.722K$
 \Rightarrow Average: $T_0 = 2.726 \pm 0.010K$
- Zusätzliche Messungen aus Anisotropie. Spektrum der Dipolanisotropie ist empfindlich für Temperatur. Da die Geschwindigkeit von Sonnensystem bzgl. CMB unbekannt, benutze nur Form und nicht die Amplitude des Spektrums \Rightarrow FIRAS $T_0 = 2.714 \pm 0.022K$, DMR $T_0 = 2.76 \pm 0.18K$ [10]

DMR machte die CMB-Karte des Himmels. Es wurde gezeigt, dass die Fluktuationen der Hintergrundstrahlung von der Größenordnung $\Delta T/T \simeq 10^{-5}$ sind. Die kosmische Hintergrundstrahlung ist Überbleibsel des Urknalls und die Fluktuationen sind ein Zeichen der Dichteunterschiede im frühen Universum. Man vermutet, dass diese Dichteinhomogenitäten für die Formation der heute beobachtbaren Strukturen im Kosmos wie Galaxienhaufen verantwortlich sind. Nachfolger von COBE auf dem Feld der Erforschung von Mikrowellen Hintergrundstrahlung ist WMAP.

WMAP

Wie oben bereits erwähnt wurde COBE durch ein weiteres Experiment namens WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) abgelöst. Seine Hauptaufgabe besteht in Untersuchung der Anisotropien der kosmischen Mikrowellen-Hintergrundstrahlung. Der Satellit wurde zu Ehren von Dr. David T. Wilkinson genannt, welcher zusammen mit Dr. P. James E. Peebles, Dr. Robert H. Dicke, Robert Wilson, Arno Penzias bedeutende Beiträge zur Erforschung der kosmischen Hintergrundstrahlung gemacht hat.

Die Messungen von WMAP sind viel präziser als Daten anderer Missionen. So beträgt das gemessene Alter des Universums 13.73 ± 0.12 milliarden Jahren, HUBBLE-Konstante $70.1 \pm 1.3 km \cdot s^{-1} Mpc^{-1}$, Anteil der baryonischen Materie 4.6%, dunklen Materie 23%, dunklen Energie 72%, Neutrinos - weniger als 1%. Verhältnis Energiedichte zur kritischen Dichte - 1.02 ± 0.02 . Diese Daten sind konsistent mit dem Modell des flachen Universums und stützen kosmische Inflation.[6]

Abgelöst wird das Instrument durch den Satelliten "Planck", welcher voraussichtlich im Frühjahr 2009 gestartet wird. Dieser Instrument soll noch präzisere Daten liefern, mit höherer Auflösung, bei besserer Ausblendung von Störstrahlung.

Cosmic Background Imager(CBI)

1999 begann die Untersuchung der Mikrowellen-Hintergrundstrahlung mittels 13-Elementigen Interferometers, platziert in 5km Höhe in den Anden in Chile. Das Instrument heißt Cosmic Background Imager. Dieses Radiointerferometer besteht aus 13 Antennen mit Durchmesser 90cm, die je nach Ziel der Detektion verschieden angeordnet und einzeln ausgerichtet werden können. Ziel von CBI ist es kleinwinklige Anisotropien und kleine Fluktuationen in der Polarisation der Hintergrundstrahlung zu messen. Es werden Messungen bei Frequenzen zwischen 26 und 36 GHz benutzt. Die Auflösung beträgt ca. 1/10 was eine 70-fache Verbesserung zum COBE Satelliten darstellt. CBI war das erste Experiment, welches die intrinsische Anisotropie der CBR auf Längenskalen von galaktischen Clustern detektiert hat. Auch die Fluktuationen der Polarisation der Hintergrundstrahlung wurden detailliert aufgenommen. Seit August 2008 wurde CBI durch QUIET Teleskop abgelöst, dessen Ziel ist es Polarisation der kosmischen Hintergrundstrahlung zu messen.

BOOMERanG

Das Ballooning ist eine weitere Methode der Beobachtung von Hintergrundstrahlung. Man verwendet dabei Bolometer als Messinstrument. Bolometer ist eigentlich ein Thermometer. Detektor wird erwärmt durch Absorption von CMB-Photon. Der Versuch die Temperaturdifferenzen der Ordnung 10^{-5} (oder ca. $30\mu K$) zu messen, setzt gewisse Einschränkungen an die thermische Umgebung von Detektor und Elektronik. Die Bolometer arbeiten am besten bei Photonenfrequenzen über 100GHz (1/3 cm Wellenlänge). Luft selbst emittiert stark bei diesen Frequenzen, deswegen benutzt man Ballons. Logistik der Ballonflüge schränkt die Größe des Teleskops ein, was zur Begrenzung der experimentellen Auflösung führt. Mittels Long-Duration-Ballooning lassen sich Operationsdauer von 1-2 Wochen erreichen.

BOOMERanG (Balloon Observations Of Microwave Extragalactic Radiation and Geophysics) ist wohl das bekannteste Experiment zur "sub-orbital" Messung der Hintergrundstrahlung. Es war das erste Experiment, welches hochaufgelöste Bilder der CMB Anisotropien lieferte. Entscheidender Vorteil war, wie schon erwähnt, die Reduzierung der atmosphärischen Einflüsse, wobei die Mission viel weniger kostete als Satellit. Es sollten die kleinwinkligen Anisotropien und die Polarisation der kosmischen Hintergrundstrahlung gemessen werden. Die Genauigkeit ist ungefähr 40 mal höher als die des COBE Satelliten. Die Daten von BOOMERanG im Zusammenhang mit anderen relevanten Messungen weisen auf eine flache Geometrie des Universums hin.

4 Was lernt man von der CMB

Nun stellt sich die Frage, was kann uns die CMB über die physikalische Geschichte des Universums sagen? Zum einen finden wir, dass das Universum sich, zumindest in der Zeit der Entkopplung der Strahlung und Materie, im thermischen Gleichgewicht befand. Andererseits finden wir, dass das Universum anfangs heiss war. Das Verhältnis von Baryonen zu Photonen bleibt erhalten. Die interessante Schlussfolgerungen ergeben sich ebenfalls aus der Untersuchung der Anisotropie der CMB, die im nächsten Vortrag ausführlich diskutiert wird.

Skaleninvarianz des Spektrums der CMB

Nach der Entkopplung der Strahlung (die wir heute als Mikrowellenhintergrund beobachten) von der Materie, war diese nicht mehr im Gleichgewicht, es ergibt sich also die Frage, warum sehen wir trotzdem Planckverteilung? Aus früheren Vorträgen wissen wir bereits, dass Frequenz und Temperatur folgendermaßen von Skalenfaktor a abhängen

$$\nu(t_0) = \nu(t) \frac{a_0}{a}$$

sowie

$$T(t_0) = T(t) \frac{a}{a_0}$$

daraus folgt, dass $\frac{h\nu}{k_B T}$ vom Skalenparameter unabhängig ist, folglich wird Gl.(3) ihre Gestalt behalten und nur durch den Vorfaktor, welcher proportional zu $1/a^3$ ist gestreckt. Damit ist nun möglich das Verhältnis der Materieenergie zur Strahlungsenergie zu berechnen und mit Hilfe von Rotverschiebung bis in die Vergangenheit zu extrapolieren. Strahlungsenergiedichte ist nun

$$\epsilon_\gamma = a_B T^4 = 7.56 \cdot 10^{-16} (2.728(1+z))^4 = 4.18 \cdot 10^{-14} (1+z)^4 \text{ J/m}^3$$

Damit wird das Verhältnis der Energiedichte der Materie zu Energiedichte der Strahlung

$$\frac{\epsilon_M}{\epsilon_\gamma} = \frac{\rho_M c^2}{a_B T} = 6.0 \cdot 10^3 (1+z)^{-1}$$

Das frühe Universum

Nun können wir einige Überlegungen zur frühen Phase des Universums machen. Da die Gestalt der Strahlungskurve der Hintergrundstrahlung, welche ja der Schwarzkörperstrahlung entspricht, unter Expansion invariant bleibt, folgern wir, dass im Moment ihrer Entstehung das Universum im thermischen Gleichgewicht war. Wir wissen, dass

$$\epsilon_r = \rho_r c^2 = \alpha T^4$$

und

$$\rho_r \propto \frac{1}{a^4}$$

daraus folgern wir, dass

$$T \propto \frac{1}{a}$$

Das heisst, dass die Hintergrundstrahlung mit der voranschreitenden Expansion des Universums abkühlt. Also war das Universum heiß am Anfang. Heiß, dicht und im thermodynamischen Gleichgewicht. Die Materie war vollständig ionisiert und wechselwirkte mit den Photonen hauptsächlich über Thomson-Streuung. Dabei wird Photon am Elektron elastisch gestreut. Querschnitt ist gegeben durch

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mec^2} \right)^2 = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{cm}^2$$

Dieser ist unabhängig von Wellenlänge. Man sieht, dass σ_T sehr klein ist, deswegen ist Beitrag der Thomsonstreuung nur bei hohen Temperaturen signifikant.

Durch den ständigen Austausch von Energie zwischen Teilchen und Photonen wurde ein Gleichgewichtszustand zwischen Materie und Strahlung hergestellt. Wegen den häufigen Stößen der Elektronen und Photonen war das Universum für die Strahlung undurchsichtig. Die Expansion führte zur Abkühlung des Universums und zur Bindung der Elektronen an die Protonen. Es waren immer weniger Photonen, welche die Ionisierungsenergie von 13.6eV hatten und als Folge immer weniger Zusammenstöße mit Elektronen - der "Nebel" löste sich allmählich auf und Universum wurde durchsichtig für die Strahlung. Diesen Zeitraum in dem fast keine Ionisierung mehr vorhanden war, nennt man Rekombinationszeitalter. Er entspricht der Temperatur von ca. 3000K

Entkopplung von Strahlung und Materie

Saha-Gleichung

Betrachte einzelnes H-Atom mit bekannten Wahrscheinlichkeiten für gebundenen und ionisierten Zustand. Im Gleichgewicht gilt:

$$\frac{P_{free}}{P_{bound}} = \frac{\sum_{free} g_i e^{-E_i/k_B T}}{\sum_{bound} g_i e^{-E_i/k_B T}}$$

Im Falle eines einzelnen Objekts (Elektrons) die Entartung ist $g=2$ (Spin). Gute Näherung ist $z_{bound} = g \cdot \exp\left(-\frac{\chi}{k_B T}\right)$, mit χ Ionisierungsenergie von Wasserstoff. Diese Näherung gilt für kleine Temperaturen $k_B T \lesssim \chi$, da Beitrag angeregter Zustände in Z vernachlässigbar. Im Quadvolumen V :

$$Z_{free} = g \frac{V}{h^3} \int e^{-\frac{p^2}{2m_e k_B T}} d^3 p = (2\pi m_e k_B T)^{3/2} \frac{gV}{h^3}$$

mit $V = \frac{1}{n_e}$. Nun definiere $n = n_H + n_p$, $n_e = nx$, $n_p = n_e$, mit x Ionisationsgrad. Für große Teilchenzahlen gilt $P_{free} = n_p$, $P_{bound} = n_H$. Dann erhalten wir

$$S^{-1} = \frac{x^2}{1-x} = \left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{1}{n} \exp\left(-\frac{\chi}{k_B T}\right) \quad (9)$$

Dies ist die SAHA-Gleichung. Sie beschreibt im thermodynamischen Gleichgewicht die Abhängigkeit des Ionisierungsgrades eines Gases von der Temperatur. Diese Gleichung weist dennoch einen entscheidenden Mangel bzgl. der Berechnung der Rekombinationstemperatur auf: das vorausgesetzte Gleichgewicht wird relativ schnell nicht mehr vorhanden.

Temperatur

Nun wollen wir die Temperatur bestimmen, bei der die Entkopplung von Strahlung und Materie erfolgte. Wir gehen von der Annahme des thermodynamischen Gleichgewichts aus. Dazu benutzen wir die SAHA-Gleichung. Seien n_p, n_H, n_e die Protonendichte, Dichte des neutralen Wasserstoffs und Elektronendichte, sowie $\chi_H = 13.6eV$ sei die Ionisierungsenergie des Wasserstoffs. Bekannt ist, dass zur Zeit der Rekombination 76% der Materie Wasserstoff(Ionisiert oder Neutral, siehe z.B.[16, Section 3.2]) war, also ist

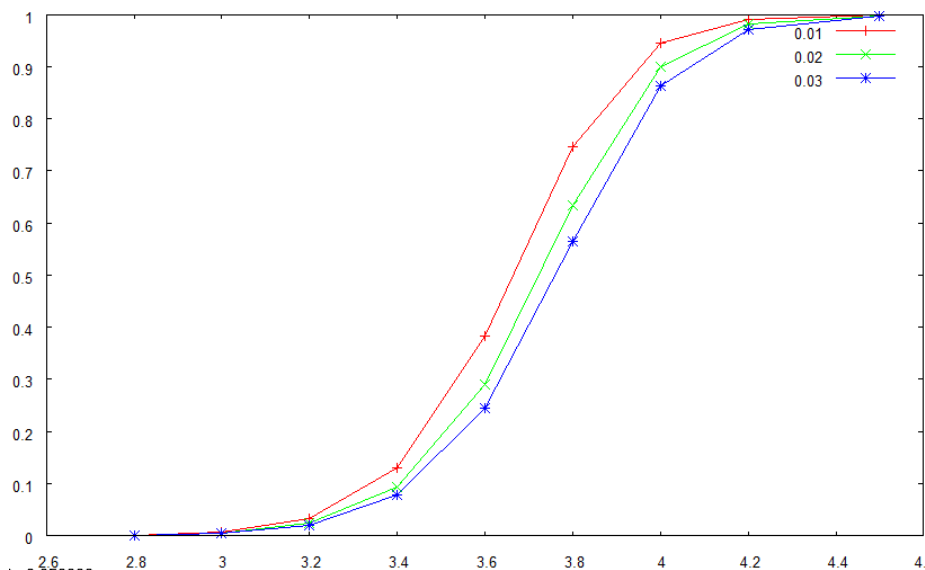
$$n = n_p + n_H = 0.76n_B$$

Daraus resultiert mit $n_B = n_{B0}(T/T_{\gamma 0})^3$ und

$$n_{B0} = 1.123 \cdot 10^{-5} \Omega_B h^2 \text{ Nukleonen/cm}^3$$

$$S = 1.747 \cdot 10^{-22} \exp\left(\frac{157894}{T}\right) T^{3/2} \Omega_B h^2 \quad (10)$$

Diese Gleichung lässt sich numerisch lösen. Ich habe sie einfach geplottet für 3 verschiedene werte von $\Omega_B h^2$, Temperatur wird in Tsd. K angegeben



Man sieht nun, dass bei 3000K Ionisationsgrad fast null ist. Mit der bekannten Formel für den Zusammenhang zwischen Temperatur und Rotverschiebung

$$T = 2.728(1 + z)$$

ergibt sich $z_r = 1098$

Man kann nun versuchen den Zeitpunkt zu errechnen. Dazu verwendet man folgendes Integral, welches man schon im früheren Vortrag gesehen hat

$$H_0 = \int_0^a \frac{da}{(\Omega_{M0}a^{-3} + \Omega_{r0}a^{-4})^{1/2}} \quad (11)$$

daraus folgt für die seit dem Anfang vergangene Zeit t

$$t = t_H \Omega_{M0}^{1/2} a_{eq} (2/3(1 + a/a_{eq})^{3/2} - 2(1 + a/a_{eq})^{1/2} + 4/3) \quad (12)$$

Mit der Hubblezeit $t_H = 4.38 \cdot 10^{17} s$ und $\Omega_{r0} = 4.9 \cdot 10^{-5}$ bekommt man

$$t = 6.54 \cdot 10^{12} \simeq 195000 \text{ Jahre}$$

Gleichheit der Energie und Materiedichte

Ebenfalls interessant erscheint die Frage nach dem Zeitpunkt, an dem die Strahlungs- und Materiedichte übereinstimmen. Wenn man zu der bekannten Photonendichte $\Omega_{rad} = 2.47 \cdot 10^{-5} h^{-2}$ die Neutrinodichte $\Omega_\nu = 1.68 \cdot 10^{-5} h^{-2}$ dazuzählt, erhält man die Dichte der Strahlung

$$\Omega_r = 4.15 \cdot 10^{-5} h^{-2}$$

Die Dichte der nicht-relativistischen Materie ist $\Omega_0 = 0.3$ und $h=0.72$. Wir kennen die Abhängigkeiten der Dichten von a

$$\Omega_r \propto 1/a^4$$

und

$$\Omega_{mat} \propto 1/a^3$$

mit $a(t_0) = 1$ folgt

$$\frac{\Omega_r}{\Omega_{mat}} = \frac{4.15 \cdot 10^{-5}}{\Omega_0 h^2} \frac{1}{a}$$

Für den Skalenparameter a_{eq} gilt dann

$$a_{eq} = \frac{4.15 \cdot 10^{-5}}{\Omega_0 h^2}$$

nun mit

$$\frac{T_0}{T} = \frac{a}{a_0} = a$$

berechnen wir

$$T_{eq} = \frac{2.725 K}{a_{eq}} = 66000 \Omega_0 h^2 K$$

Falls $\Lambda = 0$, was hier eine akzeptable Näherung ist, gilt $a \propto t^{2/3}$, woraus folgt $T \propto t^{-2/3}$. Wenn man nun vom Alter des Universums von 14 Mrd. Jahren ausgeht (was hier natürlich grobe Näherung ist), folgt für $T < T_{eq}$

$$t = 14 \cdot 10^9 \left(\frac{2.275}{T} \right)^{3/2}$$

also ist

$$t_{eq} = 3714 \cdot \Omega_0^{-3/2} h^{-3} = 63930 \text{ Jahre}$$

Mit Entkopplungstemperatur $T_{dec} = 3000K$ findet man ebenfalls Zeitpunkt der Entkopplung

$$t_{dec} = 380000 \text{ Jahre}$$

Verhältnis von Baryonen zu Photonen

Die Teilchendichte ist gegeben durch

$$n \propto 1/a^3$$

Dies gilt sowohl für Baryonen wie auch für Photonen. Daraus folgt unmittelbar, dass das Verhältnis von Photonen zu Baryonen bei der Expansion erhalten bleibt. Interessant, wie viele Photonen pro Baryon gibt es? Mit der Gl.(7) wird die heutige Energiedichte der Strahlung

$$\epsilon(t_0) = 4.17 \cdot 10^{-14} \text{ Jm}^{-3}$$

Typische Photonenenergie für die Temperatur $T=2.725K$ ist

$$E \simeq 3k_B T = 7.05 \cdot 10^{-4} \text{ eV}$$

Nun teilen wir die Energiedichte durch Energie pro Photon und erhalten Photondichte

$$n_\gamma = 3.7 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3}$$

Weiterer Schritt besteht in Berechnung der Baryondichte. Bekannt ist

$$n_B = \frac{\Omega_B \rho_c}{m_p}$$

Daraus folgt nun die Baryondichte

$$n_B = 0.22 \text{ m}^{-3}$$

und damit auch das gesuchte Verhältnis

$$\eta = \frac{n_\gamma}{n_B} = 1.7 \cdot 10^9$$

Hier stellt sich eine interessante Frage - warum? Warum gibt es $5 \cdot 10^{-10}$ Baryonen pro Photon? Warum gibt es überhaupt noch Baryonen? Die Antwort wäre die Assymetrie der Materie-Antimaterie bevor Annihilation. Es gab mehr Quarks als Antiquarks und Überschuss war von der Größenordnung $5 \cdot 10^{-10}$ (für Leptonen gilt dasselbe). Man kann vermuten, dass anfangs die Symmetrie zwischen Materiedichte und Antimateriedichte vorlag und später durch physikalische Prozesse kam es zum Überschuss. Wenn wir diese Prozesse verstehen könnten, wäre es möglich das η direkt auszurechnen. Andrey Sakharov [15] wies darauf hin, dass es dazu drei Bedingungen erfüllt sein müssen

1. Es müssen Prozesse existieren, welche die Baryonen und Leptonenzahlerhaltung verletzen
2. Ein Universum mit der gleichen Anzahl von Teilchen und Antiteilchen muss invariant unter C, sowie CP-Symmetrietransformationen, während ein Universum mit dem Materieüberschuss diese Symmetrie nicht mehr besitzt. Also um von einem im obigen Sinne symmetrischen Universum zum asymmetrischen überzugehen, bedarf es eines Prozesses, welches sowohl C, wie auch CP-Symmetrie verletzt.
3. Das Universum muss fern vom thermodynamischen Gleichgewicht sein.

All diese Bedingungen sind erfüllt. Also ist so ein Szenario theoretisch möglich.

Olbersches-Paradoxon

Warum ist der Nachthimmel dunkel? Diese klassische Frage der Kosmologie formulierte Heinrich Wilhelm Olbers in 1826. Folgende Lösung des Paradoxons ist allgemein anerkannt:

- Sterne leben nicht ewig
- Licht transportiert Energie \rightarrow Sterne setzen Energie frei.
- Größe des beobachtbaren Universums ist endlich, da die Lichtgeschwindigkeit endlich ist (gilt in jedem Universum, welches nicht unendlich alt ist, bzw. welches expandiert)

Anzahl der Sterne ist zu gering und ihre Lebenszeiten zu kurz um den Raum mit Photonen zu füllen. Damit wird die Existenz eines unendlich ausgedehnten, unendlich alten Universums widerlegt. Wichtig hier ist, dass die Rotverschiebung für die Erklärung des klassischen Olberschen Paradoxons eine eher untergeordnete Rolle spielt, d.h. Rotverschiebung ist hier eher vernachlässigbar und das heisst, dass Olbersches Paradoxon kein Indiz für die Expansion des Universums ist.

Allerdings erfüllt die CMB den Himmel vollständig. Warum sieht man sie dann nicht? Warum ist also der Nachthimmel dunkel? Antwort lautet - Rotverschiebung. Die Existenz der kosmischen Hintergrundstrahlung ist ein Indiz für die Expansion des Universums.

Paar Worte zu Anisotropie

Man studiert heute die Massenverteilung des Universums, d.h. im wesentlichen die Verteilung der Galaxien. Immer interessanter in diesem Zusammenhang wird die Untersuchung der Anisotropien der kosmischen Hintergrundstrahlung. Wie bereits erwähnt, die typische Größenordnung der Abweichung ist $\Delta T/T \simeq 10^{-5}$. Sehr klein, dennoch liefert uns die Hintergrundstrahlung die Karte der Inhomogenitäten zum Zeitpunkt der Rekombination und Entkopplung der Strahlung

von der Materie. Wir stellen fest, dass das Universum damals viel homogener war. Durch Untersuchung der Galaxien mit hohen Rotverschiebungen findet man, dass diese sich von den typischen Galaxien mit kleineren Rotverschiebungen strukturell unterscheiden.

References

- [1] W. Gebhardt *Vorlesungsskriptum Kosmologie*
- [2] J. A. Peacock *1999 Cosmological Physics*
- [3] F. Schwabl. *2006 Statistische Mechanik.*
- [4] A. Liddle. *2007 An Introduction to Modern Cosmology*
- [5] R. B. Partridge. *1995 3K: The Cosmic Microwave Background Radiation*
- [6] G. Hinshaw et al. *2008 Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Data Processing, Sky Maps, & Basic Results*
- [7] P.E.J. Peebles *1993 Principles of Physical Cosmology.*
- [8] G. Gamow *Phys. Rev. 70, 572(1946)*
- [9] G. Gamow, R. A. Alpher, H. Bethe *Phys. Rev., 73, 803(1948)*
- [10] Sanz et al. *1993 Present and Future of the Cosmic Microwave Background*
- [11] R. A. Alpher, R. C. Herman *Rev. Mod. Phys. 22, 153(1950)*
- [12] J. C. Mather et al. *Astrophys. J., 420, 439(1994)*
- [13] B. J. T. Jones, R. F. G. Wyse *Astr. Astrophys., 149, 144(1985)*
- [14] Fixsen et al. *Astrophys. J., 473, 576(1996)*
- [15] A. D. Sakharov *JETP Lett. 5, 24(1967)*
- [16] S. Weinberg *2008 Cosmology*
- [17] <http://lambda.gsfc.nasa.gov>