

Kosmologische Konstante Λ und dunkle Energie

Markus Goldhacker
Ausbildungsseminar: Vom Urknall zu den Galaxien

29. Januar 2008

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretischer Hintergrund	3
1.1	Kosmologische Konstante und Friedmangleichungen	3
1.2	Fluidgleichung und Zustandsgleichung	4
1.3	Der Leuchtkraftabstand d_L	6
1.4	Entfernungsmodul Δm und die Verbindung zwischen Beobachtung und Theorie	9
2	Experimentelle Herangehensweise	10
2.1	Supernovae vom Typ Ia als Standardkerzen und die Suche danach	10
2.2	Supernova-Teams und deren Ergebnisse	11
2.3	Kosmologische Konstante und dunkle Energie	15

1 Theoretischer Hintergrund

1.1 Kosmologische Konstante und Friedmangleichungen

Ausgehend von der mathematisch allgemeinsten Form der Einsteingleichung

$$\hat{R}_{\mu\nu} - 1/2g_{\mu\nu}\hat{R} = \frac{8\pi g}{c^4}T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (1)$$

erhält man durch die eingefügte kosmologische Konstante folgende abgeänderte Friedmangleichungen:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{\kappa}{a^2} \quad (2)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (3)$$

Bei der Betrachtung der Eigenschaften der Kosmologischen Konstante ist vor allem die Beschleunigungsgleichung (3) von Bedeutung. Aus ihr ist nämlich direkt ersichtlich, dass der zusätzliche Term mit der kosmologischen Konstante eine Veränderung im zeitlichen Verhalten des Skalenfaktors $a(t)$ mit sich bringt.

$$\begin{aligned} \Lambda > 4\pi G \left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) &\Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} > 0 \quad \text{Beschleunigung der Expansion} \\ \Lambda = 4\pi G \left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) &\Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} = 0 \quad \text{Konstante Expansion} \\ \Lambda < 4\pi G \left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) &\Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} < 0 \quad \text{Abbremsung der Expansion} \end{aligned}$$

Aus der Beschleunigungsgleichung ist auch ersichtlich, dass Λ die Einheit $[\Lambda] = s^{-2}$ besitzt, was wiederum den Beschleunigungscharakter unterstreicht.

1.2 Fluidgleichung und Zustandsgleichung

Um die physikalische Beschaffenheit und somit den effektiven physikalischen Druck der Kosmologischen Konstante ρ_Λ zu erhalten, muss Λ als Fluid betrachtet werden. Aufschluss über die Eigenschaften einer Flüssigkeit gibt die sogenannte Fluidgleichung, die im Folgenden Hergeleitet wird.

Ausgangspunkt ist das erste thermodynamische Gesetz und die Energie-Masse-Äquivalenz

$$dE + pdV = TdS \quad (4)$$

$$E = mc^2 \quad (5)$$

Wenn eine kugelsymmetrische Massenverteilung angenommen wird, dann gilt mit Einheitsradius

$$m = V\rho = \frac{4}{3}a^3\pi\rho \quad (6)$$

$$\Rightarrow E = \frac{4}{3}a^3\pi\rho c^2 \quad (7)$$

Durch die Bildung der ersten Ableitungen von E und V können diese dann in (4) eingesetzt werden

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4}{3}\pi c^2 (3a^2\dot{a}\rho + a^3\dot{\rho}) \quad (8)$$

$$\frac{dV}{dt} = 4a^2\dot{a} \quad (9)$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}\pi c^2 (3a^2\dot{a}\rho + a^3\dot{\rho}) + 4pa^2\dot{a} = T\frac{dS}{dt} \quad (10)$$

Unter Voraussetzung eines reversiblen Prozesses $dS = 0$ und einiger mathematischer Umformungen erhält man die **Fluidgleichung**

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) = 0 \quad (11)$$

In der Kosmologie wird angenommen, dass zu jeder Dichte genau ein bestimmter Druck existiert. Dadurch ergibt sich der Zusammenhang

$$p = p(\rho). \quad (12)$$

Dieser wird allgemein als Zustandsgleichung bezeichnet. Um die Zustandsgleichung der kosmologischen Konstante zu erhalten, benötigt man den Wert der Energiedichte der kosmologischen Konstante ρ_Λ .

Dazu muss (2) in die Form der ersten Friedmanngleichung

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\kappa}{a^2} \quad (13)$$

gebracht werden. Also

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{\kappa}{a^2} \quad \longrightarrow \quad \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_\Lambda) - \frac{\kappa}{a^2} \quad (14)$$

Daraus ist ersichtlich, dass

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (15)$$

und folglich per Definition konstant ist. Überträgt man diesen Sachverhalt auf die Fluidgleichung, so führt dies mit $\rho_\Lambda = 0$ zur **Zustandsgleichung für die kosmologische Konstante**.

$$p_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2 \quad (16)$$

Die kosmologische Konstante hat also einen negativen Druck, der auf die Expansion beschleunigend wirkt. Um Ungewissheiten Rechnung zu tragen schreibt man allgemein

$$p_\Lambda = w\rho_\Lambda c^2, \quad (17)$$

wobei hierbei ersichtlich ist, dass $w = -1$, falls die dunkle Energie durch die kosmologische Konstante dargestellt wird. Von großem Interesse ist es also, aus den Beobachtungen den genauen Wert von w zu bestimmen.

1.3 Der Leuchtkraftabstand d_L

Zur Bestimmung vieler kosmologischer Parameter, unter anderem der Zustandsgleichung $w = \frac{p_\Lambda}{\rho_\Lambda}$, ist die Messung des Leuchtkraftabstands d_L mittels der scheinbaren Helligkeit $m(z)$ der beobachteten Objekte von Bedeutung. Dazu wird nachfolgend der Leuchtkraftabstand d_L eingeführt.

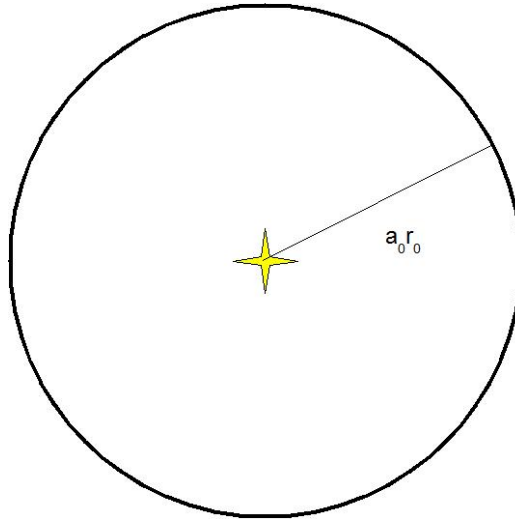


Abbildung 1: Abstand der Leuchtquelle zum Beobachter

Zunächst zwei neue Definitionen:

L =Leuchtkraft; $[L]$ =Abgestrahlte Energie pro Raumwinkel pro Zeit= W
 S =Strahlungsstrom; $[S]$ =Energie pro Fläche pro Zeit= $\frac{W}{m^2}$

Mathematisch ausgedrückt bedeutet das

$$S = \frac{L}{4\pi a_0^2 r_0^2}$$

Der Faktor $\frac{1}{4\pi a_0^2 r_0^2}$ in S ist das Inverse der Gesamtoberfläche der Kugel mit Radius $a_0 r_0$ um das emittierende Objekt. Um nun d_L zu erhalten muss der Quotient aus L und S gebildet werden

$$\frac{L}{4\pi S} = a_0^2 r_0^2 = d_L^2 \quad (18)$$

Ohne Expansion wäre obiges Resultat d_L^2 äquivalent mit dem Quadrat des physikalischen Abstands. Es bestünde somit kein Unterschied zwischen Leuchtkraftabstand und physikalischem Abstand. Bei einer Expansion des Raumes

müssen jedoch noch weitere Überlegungen angestellt werden.
 Eine andere Betrachtungsweise des Strahlungsstroms führt zum Einfluss der Rotverschiebung auf den Leuchtkraftabstand

$$S = h\nu' \frac{\Delta N}{\Delta t'} \frac{1}{4\pi a_0^2 r_0^2} \quad (19)$$

Durch die Expansion wird die Frequenz der einfallenden Photonen ν' und die Einfallsrate $\frac{\Delta N}{\Delta t'}$ um den Faktor $(1+z)$ verkleinert. Da

$$\nu' = \lambda'^{-1} = (\lambda(1+z))^{-1}$$

$$dt' = \frac{dr'}{c} = \frac{dr}{c}(1+z).$$

Somit ergibt sich aus (18)

$$S = h\nu \frac{\Delta N}{\Delta t} \frac{1}{4\pi a_0^2 r_0^2 (1+z)^2} \quad (20)$$

Aus (19) und (17) ergibt sich der Leuchtkraftabstand d'_L zu

$$d'_L = a_0 r_0 (1+z) \quad (21)$$

Die direkte Abhängigkeit von der Rotverschiebung und die folgenden, aus d_L berechenbaren, kosmologischen Parameter führen zu einer großen Bedeutung der Bestimmung des Leuchtkraftabstandes durch Beobachtungen. Aus d_L erhält man direkt den Hubble-Parameter

$$H(z) = c \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{d_L(z)}{1+z} \right) \right]^{-1} \quad (22)$$

aus dem wiederum weitere Parameter, wie z.B.

- das Alter des Universums $t_0 = \int_0^\infty \frac{dz}{(1+z)H(z)}$
- die Hubble-Konstante $H_0 = H(z=0)$
- den Abbremsungsparameter $q(z) = (1+z) \frac{d \ln H}{dz} - 1$
- den Zustandsgleichungsparameter $w(z) = \frac{p_\Lambda}{\rho_\Lambda} = \frac{\frac{2}{3}(1+z) \frac{d \ln H}{dz} - 1}{1 - (\frac{H_0}{H})^2 \Omega_{0m} (1+z)^3}$

Von besonderem Stellenwert ist der Zustandsgleichungsparameter $w(z)$, da durch diesen die Gravitationseigenschaften der dunklen Energie direkt ablesbar sind. Wie man den Leuchtkraftabstand d_L aus Beobachtungen erhalten kann wird in folgendem Kapitel gezeigt.

Liegt umgekehrt ein theoretisch vorhergesagtes $H(z)$ vor, so kann durch Integration von (22) ein theoretisch vorhergesagtes d_L mit einem beobachteten verglichen werden. Eine graphische Darstellung dieses Sachverhalts ist das Hubble-Diagramm, bei dem auf der x-Achse die Rotverschiebung und auf der y-Achse der Abstand zum Objekt aufgetragen ist (Abbildung 2). Aus Über-

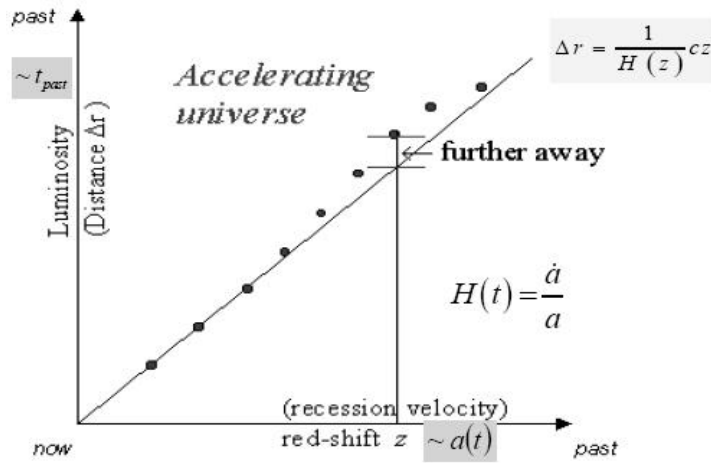


Abbildung 2: Hubble-Diagramm

legungen zur Rotverschiebung ergibt sich dann die, zum Hubble-Diagramm zugehörige, Formel

$$\Delta r = \frac{1}{H(z)} cz,$$

die der Kurve eine Steigung von $\frac{1}{H(z)}$ zuweist. Ist nun $H(z)$ nicht konstant, so weicht die Kurve von einer Ursprungsgeraden ab (s. Abbildung 2) und die Steigung wird größer/kleiner bzw. die beobachteten Objekte erscheinen dunkler/heller.

1.4 Entfernungsmodul Δm und die Verbindung zwischen Beobachtung und Theorie

Die scheinbare Helligkeit m ist die beobachtbare Größe und die Differenz zweier scheinbarer Helligkeiten hat folgenden Zusammenhang mit den Intensitäten

$$m_1 - m_2 = -2,5 \log \frac{I_1}{I_2} \quad (23)$$

Es gilt weiterhin

$$L = \Omega r^2 I \quad \text{mit} \quad \Omega = 4\pi$$

Geht man von gleicher Leuchtkraft L und unterschiedlichen Abständen aus, so ergibt sich

$$m_1 - m_2 = 5 \log \frac{r_1}{r_2}$$

Setzt man nun $r_2 = 10pc$ und $r_1 = d_L$, dann ergibt sich

$$m - M = 5 \log \frac{d_L}{10pc} = 5 \log d_L - 5$$

Will man d_L in Mpc messen, so erhält man

$$m - M = 5 \log \frac{d_L \cdot 10^6 pc}{10pc} = 5 \log d_L + 25$$

d_L ist dann einheitenlos, m stellt die scheinbare Helligkeit der Quelle dar und M die absolute Helligkeit eben dieser.

Die scheinbare Helligkeit ist dann die beobachtete Größe und die absolute Helligkeit wird als bekannt vorausgesetzt. Somit liegt jetzt eine Möglichkeit vor aus der Beobachtung von Helligkeiten den Leuchtkraftabstand d_L und alle daraus resultierenden kosmologischen Parameter zu bestimmen.

Von Vorteil ist es nun, wenn man Quellen mit immer gleicher absoluten Helligkeit beobachtet. Solche Lichtquellen nennt man Standardkerzen, zu denen auch die Supernovae der Klasse Ia gehören.

2 Experimentelle Herangehensweise

2.1 Supernovae vom Typ Ia als Standardkerzen und die Suche danach

Um ein Hubble-Diagramm (Abbildung 2) zu erzeugen, verwendet man vor allem als Lichtquellen Supernovae vom Typ Ia. Bei diesen Supernovae kann die absolute Helligkeit M mit hoher Genauigkeit bestimmt werden und sie sind sehr hell, daher kann man aus Messungen der scheinbaren Helligkeit m den Leuchtkraftabstand d_L berechnen. Wie Supernovae entstehen wurde im ersten Vortrag dieses Ausbildungsseminars ausgeführt, daher wird hier vor allem das Auffinden dieser sehr seltenen Ereignisse (1-2 Supernovae pro Galaxie pro 1000 Jahre) erklärt.

Diese niedrige Frequenz an SnIa-Events macht es natürlich unmöglich Vorhersagen für SnIa zu treffen. Daher bedient man sich einer bestimmten Methode, um zuverlässig an Supernova-Daten zu gelangen und diese seltenen Ereignisse zu systematisieren. Die einzelnen Schritte dieser Methode sind folgende:

1. Man untersucht Regionen außerhalb der Fläche unserer Galaxie, in der tausende Galaxien entdeckt werden
2. Nach drei Wochen werden die selben Regionen erneut untersucht
3. Dann werden die Resultate voneinander subtrahiert, wodurch auftretende Helligkeitsunterschiede der beiden zeitversetzten Aufnahmen sichtbar werden (dadurch erhält man im Schnitt 12-14 SnIa)
4. Spektroskopie und Lichtstärkemessung laufen über den gesamten Helligkeitsverlauf der SnIa

Das Ergebnis einer solchen Untersuchung zeigt folgendes Bild:

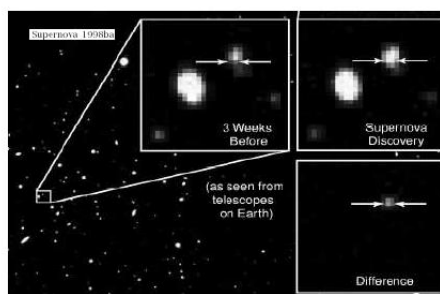


Abbildung 3: Supernova-Entdeckung

Zwischen den absoluten Helligkeiten verschiedener Supernovae gibt es jedoch minimale Unterschiede. Diese hängen mit der Form der Helligkeitskurven zusammen. Breite und somit langsam abklingende Kurven können mit helleren SnIa in Verbindung gebracht werden, engere und schneller abfallende mit dunkleren SnIa. Diese Abhängigkeit zwischen Form und Helligkeit wurde an nahen SnIa untersucht und hat zu dem Ergebnis geführt, dass, bei Stauchen breiter Kurven unter gleichzeitigem Verringern der Spitzenhelligkeit und bei Strecken enger Kurven unter gleichzeitigem Erhöhen der Spitzenhelligkeit, die Kurven übereinstimmen.

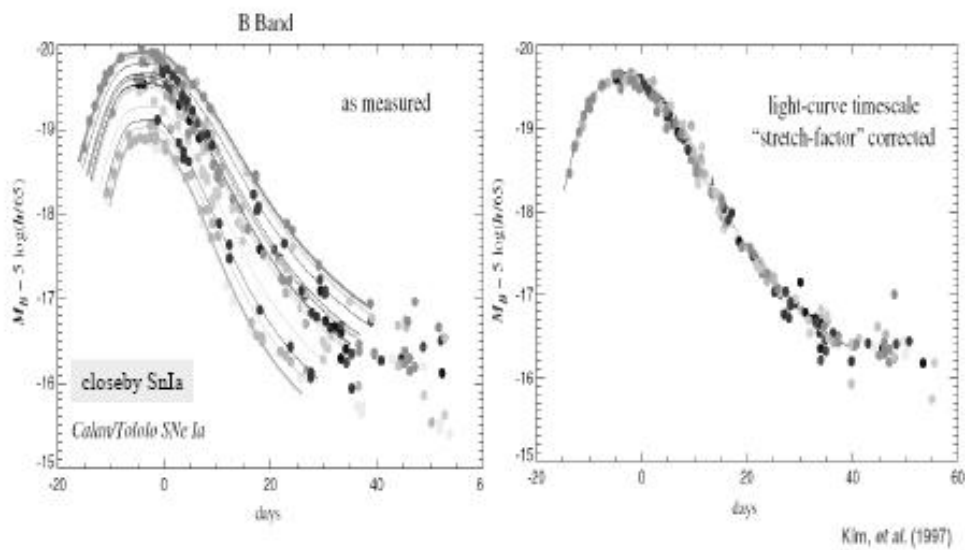


Abbildung 4: Anpassung unterschiedlicher Helligkeitskurven von SnIa

Eine weitere Korrekturmethode ist die sogenannte K-Korrektur, durch die Helligkeitskurven von Supernovae verschiedener Rotverschiebungen miteinander verglichen werden können (Abbildung 5). Hierbei werden unterschiedlich weit entfernte SnIa, deren Helligkeitskurven sich rotverschiebungsbedingt unterscheiden, auf eine bestimmte Referenzbedingung transformiert.

2.2 Supernova-Teams und deren Ergebnisse

Das Supernova Cosmology Project (SCP) unter Perlmutter war das erste Team, welches sieben SnIa mit einer Rotverschiebung von $0,35 < z < 0,65$ untersuchte. Die Ergebnisse deckten sich mit der Friedmann-Gleichung ohne kosmologische Konstante oder dunkler Energie. Es wurde sozusagen eine verlangsamende Expansion durch die Ergebnisse unterstützt.

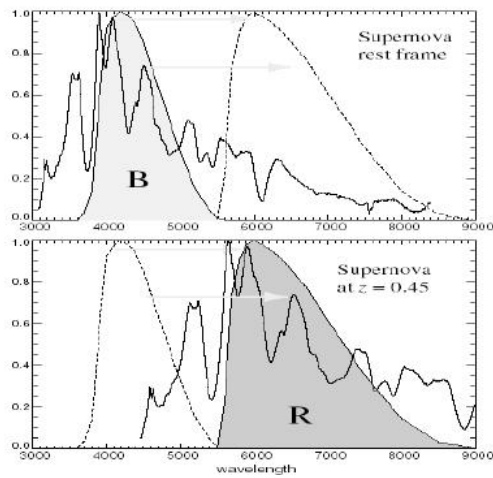


Abbildung 5: K-Korrektur

Die Entdeckung einer SnIa mit $z = 0,83$ widersprach einer verlangsamenen Expansion, die daher mit 99%iger Gewissheit verworfen werden konnte. Diese SnIa untermauerte ein beschleunigt expandierendes Universum, das von dunkler Energie dominiert wird.

Diese Ergebnisse konnten unabhängig von einem anderen Projekt, dem High-z Supernova Search Team (HSST), bestätigt werden. Hierbei wurden 16 SnIa im Bereich $0,16 < z < 0,62$ untersucht und wiederum konnte mit gleicher Gewissheit eine verlangsamenen Expansion verworfen und die Annahme einer beschleunigenden Expansion bestärkt werden.

Tonry et al. untersuchten 2003 acht weitere SNIa im Bereich $0,3 < z < 1,2$. Mit den vorhergehenden SNIa-Untersuchungen hatte man über 100 SNIa, die die früheren Ergebnisse bestätigten und Hinweise auf eine abbremsende Expansion für $z \gtrsim 0,6$ geben.

Riess et al. bestätigten 2004 diesen Übergang von abgebremseter in beschleunigte Expansion durch weitere 16 SNIa und vereinheitlichten die bisherigen SNIa Ergebnisse zum sogenannten *Gold dataset*, das 157 SNIa beinhaltet.

Damit konnte der Übergang von abgebremseter zu beschleunigter Expansion auf $z = 0,46 \pm 0,13$ festgesetzt werden.

Das Hubble-Diagramm, welches das Gold dataset formt, ist in Abbildung 6 dargestellt. In diesem wird die scheinbare Helligkeit $m(z)$ gegen z geplottet. Wie schon in der Grafik angedeutet ist es bei dieser Auftragung, im Gegen-

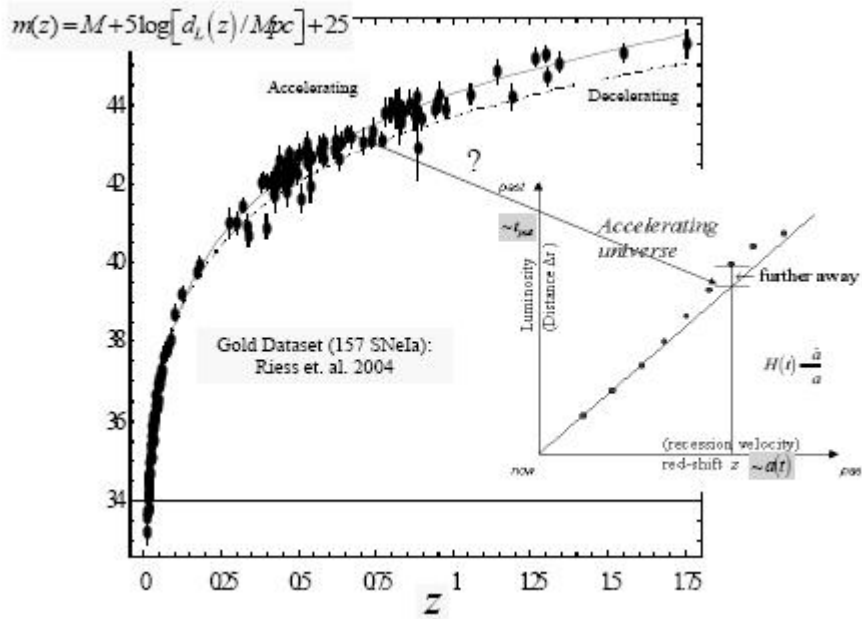


Abbildung 6: Hubble-Diagramm des Gold datasets

satz zum Hubble-Diagramm bei dem d_L gegen z aufgetragen wird, schwerer zu unterscheiden, ob die Expansion beschleunigt oder abgebremsert wird. Man behilft sich, indem man den Graphen $\frac{d_L(z)}{d_L^{empty}(z)}$ bildet, wobei d_L^{empty} den Leuchtkraftabstand in einem leeren Universum mit konstantem Hubble-Parameter darstellt. Bei diesem Graphen kann man sofort zwischen beschleunigter und abgebremseter Expansion unterscheiden, indem man $\frac{d_L(z)}{d_L^{empty}(z)}$ mit $\frac{d_L(z)}{d_L^{empty}(z)} = 1$ vergleicht.

Das Gold dataset sieht in einem solchen Diagramm folgendermaßen aus:

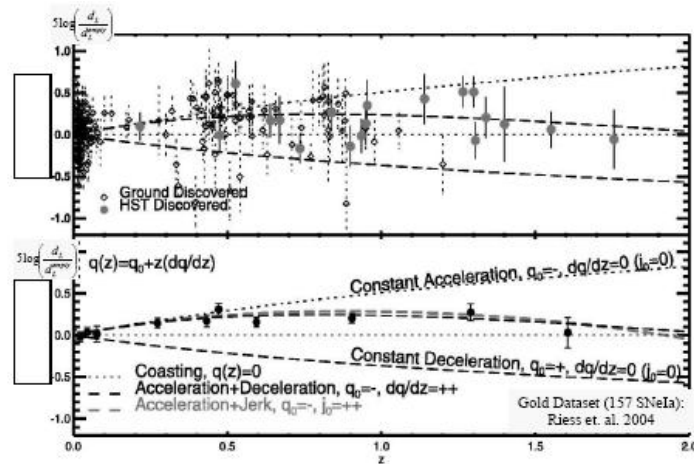


Abbildung 7: Diagramm der Leuchtkraftverhältnisse gegen z

Es sind noch die Linien einer konstanten Beschleunigung und einer konstanten Abbremsung angegeben. Es ist somit ersichtlich, dass die Expansion für $z > 0,5$ abbremsst und für $z < 0,5$ beschleunigt.

Für die Abschwächung der Leuchtkraft gibt es noch folgende Interpretationsmöglichkeiten neben des Einflusses großer Distanzen und Expansion:

- **Intergalaktischer Staub:** Dieser Staub würde jedoch nicht alle Wellenlängen des Lichts gleichmäßig abdunkeln, wobei blaues Licht vorzugsweise gestreut wird. Daher müsste es bei den SNIa Beobachtungen zum sogenannten „reddening“ Effekt kommen, der aber durch die Ergebnisse vernachlässigt werden kann.
- **Grauer Staub:** Dieser Staub würde bei der Beobachtung eine weitere Zunahme der Abdunklung für Rotverschiebungen ungefähr ab $z=0,5$ hervorrufen, was aber nicht der Fall ist.

Die Abdunklung durch Staub ist noch nicht vollständig ausgeschlossen, jedoch würde man hierfür einen neuartigen Staub benötigen, dessen Beschaffenheit schon sehr stark eingegrenzt werden konnte und vielleicht durch zukünftige Beobachtungen verworfen werden kann.

- **Supernova-Entwicklung:** Die Supernova-Teams haben Übereinstimmungen der Leuchtkraft- und Spektraleigenschaften der Supernovae in

vielen unterschiedlichen Umgebungen und Rotverschiebungen gefunden. Es gibt zur Zeit keinen Hinweis darauf, dass die Abdunklung durch die Entwicklung der Supernovae erklärt werden kann.

2.3 Kosmologische Konstante und dunkle Energie

Das Λ CDM (Λ + Cold Dark Matter) ist zur Zeit das minimale Standardmodell der Kosmologie. In den Friedmanngleichungen drückt es sich wie folgt aus:

$$H(z)^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_{0m}\left(\frac{1}{a}\right)^3 + \frac{\Lambda}{3} = H_0^2[\Omega_{0m}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda] \quad (24)$$

mit $\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{crit}}$ und $a_0 = 1$ und $\Omega_{0m} + \Omega_\Lambda = 1$ und $\rho_m = \rho_{0m}\left(\frac{1}{a}\right)^3$

Aus (22) erhält man dann folgende Gleichung, mit der man Randbedingungen für Ω_Λ und Ω_{0m} festlegen kann:

$$d_L(z) = \frac{c(1+z)}{\sqrt{\Omega_{0m} + \Omega_\Lambda - 1}} \sinh \left[\sqrt{\Omega_{0m} + \Omega_\Lambda - 1} \int_0^z dz' \frac{1}{H(z')} \right] \quad (25)$$

Dies ist die einzige direkte Methode, mit der man über Beobachtungen Einschränkungen für Ω_Λ festlegen kann. Aus dem Gold dataset, dem dataset des ersten Jahres der Supernova Legacy Survey (SNLS), welches 71 Supernovae mit $0 < z < 1$ beinhaltet und 44 näheren Supernovae erhält man folgende Ergebnisse:

1. Das Gold dataset und eine beschränkte Version davon sprechen für ein geschlossenes Universum ($\Omega_{total}^{G-beschr.} = 2,16 \pm 0,59$; $\Omega_{total}^{Gold} = 1,44 \pm 0,44$). Das SNLS dataset kann dies jedoch nicht bestätigen ($\Omega_{total}^{SNLS} = 1,07 \pm 0,52$).
2. $\Omega_{0m} = 1$ und $\Omega_\Lambda = 0$ kann von allen datasets mit großer Gewissheit verworfen werden.
3. Wenn man ein flaches Universum annimmt, so erhält man

$$\begin{aligned} \Omega_{0m}^{SNLS} &= 0,26 \pm 0,04 \\ \Omega_{0m}^{G-beschr.} &= 0,30 \pm 0,05 \\ \Omega_{0m}^{Gold} &= 0,31 \pm 0,04 \end{aligned}$$

Diese Werte decken sich mit Großraumstrukturbeobachtungen und Beobachtung des Mikrowellenhintergrunds. Das Λ CDM ist das einfachste Modell der dunklen Energie, das mit allen bisherigen kosmologischen Beobachtungen konsistent ist.

¹Für Materie ist $p=0$, daher wird aus (11) $\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\rho = \frac{1}{a^3}\frac{d}{dt}(\rho a^3) = 0$ und somit $\rho \propto \frac{1}{a^3}$

Literatur

- [1] Andrew Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology, second edition*, Wiley Verlag
- [2] Wolfgang Gebhardt, *Kosmologie Skript*
- [3] L. Perivolaropoulos, *Accelerating Universe: Observational Status and Theoretical Implications*
- [4] Sebastian Putz, *Kosmologische Entfernungsbestimmung*, Ausbildungsseminar: Vom Urknall zu den Galaxien

Abbildungsverzeichnis

1	Abstand der Leuchtquelle zum Beobachter	6
2	Hubble-Diagramm	8
3	Supernova-Entdeckung	10
4	Anpassung unterschiedlicher Helligkeitskurven von SnIa	11
5	K-Korrektur	12
6	Hubble-Diagramm des Gold datasets	13
7	Diagramm der Leuchtkraftverhältnisse gegen z	14

2-7: L. Perivolaropoulos, *Accelerating Universe: Observational Status and Theoretical Implications*