Ausbildungsseminar

Hubble-Gesetz
Newtonsche Kosmologie
Kosmische Expansion

Christoph Eichenseer *

21. Oktober 2008

*chr@josef-eichenseer.de

Inhaltsverzeichnis

1 Kosmologie und das Kosmologische Prinzip

Die Kosmologie beschäftigt sich mit dem Ursprung und der Entwicklung des Universums (Kosmos) als Ganzem. Die theoretische Grundlage und durch Beobachtungen gut bestätige Theorie der heutigen Kosmologie liefert das "**Standardmodell**". Es unterstützt eine Urknalltheorie, wonach vor ca. $13,7$ Milliarden, das Universum aus einem unendlich heißen und dichten Frühzustand, entstand. Die Ursache für diesen sog "**Big Bang**" ist bisher unklar. Seitdem expandiert das Universum und hat sich im Laufe der Zeit immer weiter abgekühlt.

Ausgangspunkt der modernen Kosmologie ist das "**Kosmologische Prinzip**". Es besagt, dass wir im Mittel in einem homogenen und isotropen Universum leben in dem es keinen Mittelpunkt gibt. Egal an welcher Stelle im Kosmos sich ein Beobachter befindet, erhält man stets das gleiche Bild von dem umliegenden Universum.

Jahrhundertelang glaubte man die Erde im Mittelpunkt des Universums. Das liegt einerseits an den mangelnden präzisen Messungen und andererseits an den religiösen Vorstellungen dieser Zeit.

Dieses geozentrische Bild, entwickelt von Claudius Ptolemäus (2. Jhd.n.Chr.), konnte bereits die Planetenbewegungen beschreiben. Erst die Kopernikanische Wende im 16. Jhd. brachte eine Abkehr von dem geozentrischen Weltbild hin zum Heliozentrischen Weltbild, mit der Sonne im Mittelpunkt des Universums. Damit verlor der Mensch seine Sonderstellung im Universum (Kopernikanisches Prinzip). In Anlehnung an das Kopernikanische Prizip formulierte 1933 der Astrophysiker Edward A. Milne das Kosmologische Prinzip.

Das Kosmologische Prinzip gilt insbesondere für den Urzustand des Kosmos, als die Materie -bzw. Energiedichte (Spezielle Relativitätstheorie) noch viel größer war als heute. Im Laufe der Expansion wurden die Inhomogenitäten immer größer, sodass das Kosmologische Prinzip nur mehr auf sehr großen Längenskalen von über $100Mpc$ ($1pc \simeq 3$ Lichtjahre) seine Gültigkeit behält. Ausgehend von dem Kosmologischen Prinzip lassen sich Aussagen aus der Newtonschen Kosmologie auf sämtliche Punkte im Universum verallgemeinern. Die Newtonsche Kosmologie verwendet den Energieerhaltungssatz und das Newtonsche Gravitationsgesetz. Daraus erhält man bereits eine gute Beschreibung der zeitlichen Entwicklung des Universums.

Das erste Kapitel dieser Seminararbeit handelt von dem Hubble-Gesetz. Darin wird der Zusammenhang zwischen der Entfernung kosmischer Objekte, z.B. Galaxien, und deren Fluchtgeschwindigkeit beschrieben. Im anschließenden Kapitel wird im Rahmen der Newtonschen Kosmologie aus dem Energieerhaltungssatz die für die Kosmologie fundamentale 1. Friedmann-Gleichungen ableitet. Es handelt sich dabei um die Bewegungsgleichung für ein dynamisches Universum. Entscheidend für das zeitliche Verhalten des Universums ist die in der Friedmann-Gleichung enthaltene Massendichte, die sich mit der Dynamik des Kosmos ändert. Die genaue Diskussion der Lösungen der Friedmann-Gleichung wird in einer der nächsten Seminararbeiten zu Einsteingleichungen und Friedmann-Lösungen von Sascha Ratz behandelt, sodass die Lösungen hier nur kurz skizziert werden. Der letzte Abschnitt dieser Seminararbeit dient der anschaulicheren Vorstellung der Kosmischen Expansion und welche Konsequenzen sich für unser alltägliches Leben daraus ergeben.

2 Hubble-Gesetz

Beobachtungen zufolge bewegen sich sämtliche Objekte im Universum von uns weg. Je weiter die Objekte von uns entfernt sind, umso größer ist die Geschwindigkeit v, mit der sie sich von uns entfernen. Mann nennt diese Geschwindigkeit v Fluchtgeschwindigkeit. Der Verdienst Hubbles bestand nun darin, einen Zusammenhang zwischen der Entfernung eines Objekts r und dessen Fluchtgeschwindigkeit v zu erkennen. Dieser lineare Zusammenhang ist in dem nach ihm benannten "**Hubble-Gesetz**" beschrieben:

$$v = H_0 r. \tag{1}$$

H_0 ist die Hubble-Konstante, deren Wert und Bedeutung im Verlauf der Seminararbeit noch genauer diskutiert wird.

Gestützt durch Beobachtungen folgerte Hubble aus dem Vergleich der Fluchtgeschwindigkeit von Galaxien mit ihrer Entfernung von der Erde, dass Fluchtgeschwindigkeit und Entfernung direkt proportional zueinander sind. Trägt man die Entfernung gegen die Geschwindigkeiten auf, so ergibt sich folgendes Bild:

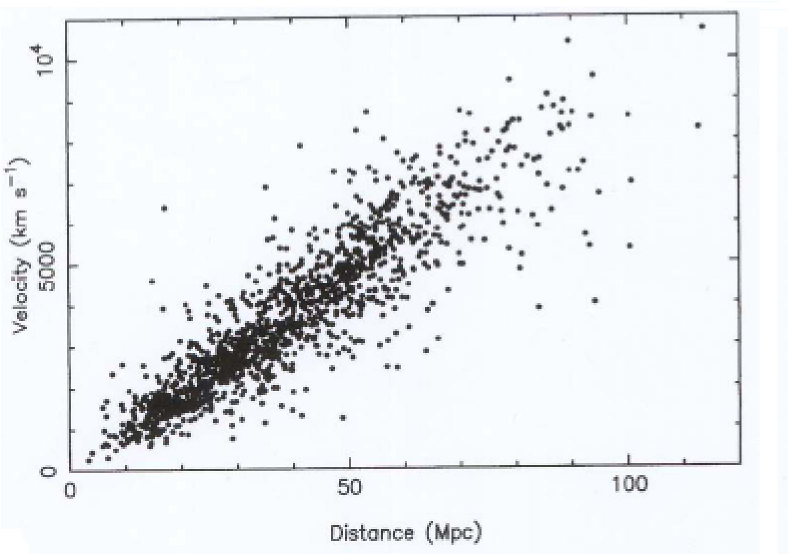


Abbildung 1: Geschwindigkeiten von 1355 Galaxien aufgetragen gegen geschätzte Entfernungen. Die Streuung wird verursacht durch Eigenbewegungen der Galaxien, die nicht eliminiert wurden.

Mit dem Hubble-Gesetz kam im ersten Drittel des 20. Jahrhunderts erstmals der Gedanke eines expandierenden Universums auf. Bis dahin glaubte man fest an ein statisches Universum. Die Fluchtbewegung der Galaxien wurde deshalb als eine Bewegung im statischen Raum interpretiert. Allerdings gab es keine vernünftigen Erklärungen für die Ursachen dieser Flucht. Die Korrekte Erklärung gab zuerst der belgische Physiker und Priester Georges Lemaître, der die Fluchtbewegung auf die Expansion des Universums zurückführte. Dabei spielte die richtige Deutung der Rotverschiebung im Spektrum von Galaxien eine entscheidende Rolle. Der Umsturz der Vorstellung von einem statischen Universum hin zu einem dynamischen Kosmos veränderte das Weltbild in dem Maße wie seiner Zeit die Kopernikanische Wende.

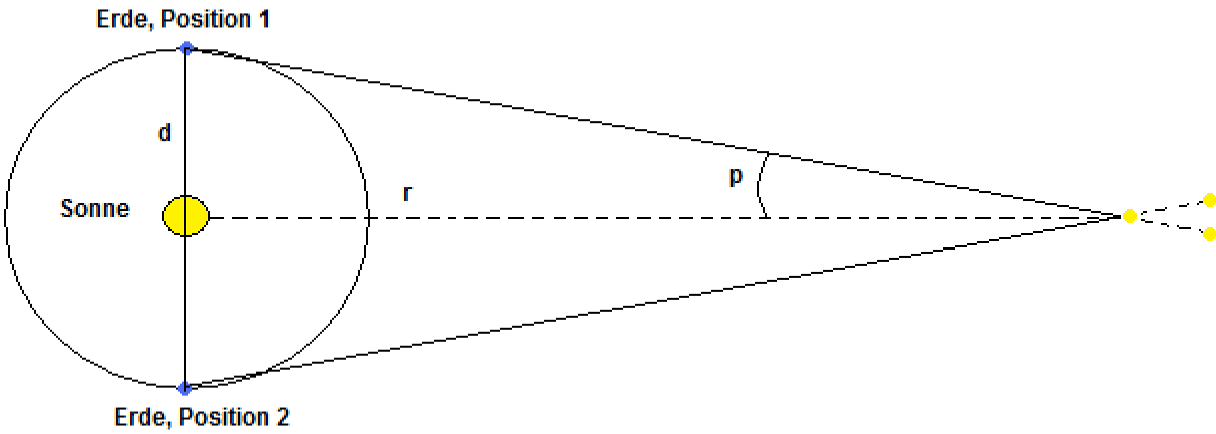
Ausgangspunkt für das Hubble-Gesetz waren Messungen von Entfernungen und von Geschwindigkeiten von Galaxien. Die Entdeckungen von Henrietta S. Leavitt und Vesto Slipher, auf die in den nachfolgenden Unterkapitel näher eingegangen wird, spielten dabei eine wichtige Rolle.

2.1 Kosmologische Entfernungsbestimmung

Die Ausmaße des uns umgebenden Kosmos übersteigen weit die menschliche Vorstellungskraft. Die Messung von Entfernungen gestalten sich daher schwierig. Zusätzlich treten bei solchen großen Distanzen Effekte, die die Raumzeit betreffen, in Erscheinung, die bei Abstandsmessungen auf der Erde, im Sonnensystem oder sogar noch in der Milchstraße im Verborgenen bleiben. In unserer Alltagswelt mit statischer und euklidischer Raumzeit ist eine Entfernung zwischen zwei Punkten durch ihre kürzeste Verbindung eindeutig definiert. Die Messung erfolgt nun z.B. durch Vergleich dieser Entfernung mit einer definierten Längenmaßeinheit wie beispielswiese dem Meter. Ein Meter ist als "die Strecke, die das Licht im Vakuum in einer Zeit von 1 / 299.792.458 Sekunde zurücklegt definiert"[wiki]. Ein wesentliches Problem in einem sich ausdehnenden Universums ist, dass man die beiden Endpunkte der Verbindungstrecke, deren Länge man bestimmen will, nicht gleichzeitig messen kann. Die zu messende Distanz zum Zeitpunkt der Lichtemission ist kleiner als zu dem Zeitpunkt der Detektion der Photonen hier auf der Erde. Deshalb muss immer der Zeitpunkt betrachtet werden zu dem man die Messung gemacht hat.

In der Astrophysik haben sich verschiedene Methoden zur Entfernungsbestimmung herausgebildet. Einige davon sind in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet. Es handelt sich hierbei um Detektions-Entfernungen, die die Distanz zum Beobachteten Objekt zum Zeitpunkt der Messung angeben. Dazu mussten allerdings zunächst einmal die Eigenschaften der Sterne besser erforscht werden.

Methoden zur Eichung der Entfernungsskalen	Erklärung
Parallaxe	Scheinbare Änderung der Position eines Objekts, wenn der Beobachter seine eigene Position ändert (s.Abb.2). Allerdings kann diese Methode nur für sonnennahe Objekte verwendet werden. Bei weiter entfernt liegenden Objekte wird die Messung ungenau, da die Parallaxe sehr kleine Werte annimmt.
Nova (nicht zu verwechseln mit einer Supernova)	Sammelt sich an der Oberfläche eines weißen Zwergs (kleiner Stern, der die letzte Entwicklungsphase eines Sterns repräsentiert) Materie an, dann kommt es nach einer gewissen Zeit zu einem explosiven nuklearen Wasserstoffbrennen (Kernfusion) in der den weißen Zwerg umgebenden Schale, oder zu einer Explosion aufgrund von Instabilitäten in der Schale. Dadurch beginnt der weiße Zwerg hell zu leuchten und die Fusionsprodukte werden mit hoher Geschwindigkeit ausgeschleudert. Es bildet sich, eine mit der Zeit vergrößernde, sphärische Hülle. Gelingt es, die Radialgeschwindigkeit v_r der Hülle zu bestimmen kann damit der zurückgelegte Weg x nach der Zeit t berechnet werden. In Verbindung der ermittelten Winkelausdehnung a der Hülle kann aus geometrischen Überlegungen die Entfernung r gewonnen werden (s.Abb.(3)).
Cepheiden	Diese Sterne zeichnen sich durch periodische Helligkeitsänderung aus. Aus der Periode P kann auf die absolute Helligkeit des Sterns und schließlich auf die Entfernung des Sterns geschlossen werden. Das folgende Kapitel erläutert den Zusammenhang genauer.



scale=

Abbildung 2: Aus der scheinbaren Winkelbewegung $2p$ des Sterns und dem Erdbahnradius $\frac{d}{2}$ erhält man durch geometrische Überlegungen die Entfernung r des Sterns.

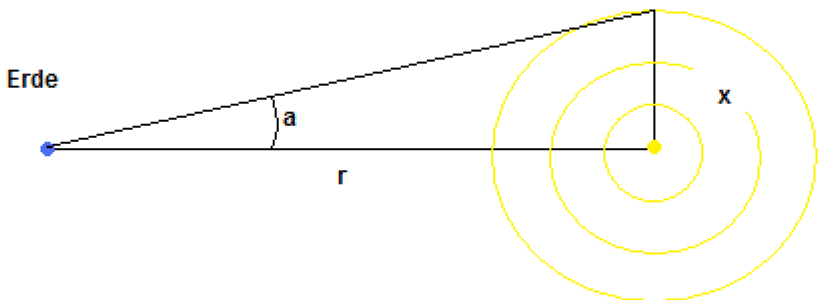


Abbildung 3: Mit dem zurückgelegten Weg x und der Winkelausdehung a der Hülle kann ähnlich wie bei der Parallaxe die Entferung r berechnet werden.

Alle diese Methoden führen in einer absoluten Raumzeit auf das gleiche Ergebnis. Auf kosmischen Entfernungsskalen erhält man aus den verschiedenen Methoden unterschiedliche Resultate für die Entfernung, da sich die raumzeitliche Struktur im Laufe der Zeit ändert. Es gibt also verschiedene Entfernungsdefinitionen. Im Zusammenhang mit dem Hubble-Gesetz ist die Cepheiden Methode von besonderem Interesse. Das folgende Kaiptel ist dieser Methode gewidmet.

2.2 Entfernungsmessung durch Cepheiden

Hubble nutzte zur Entfernungsbestimmung die Eigenschaften von Cepheiden. Es handelt sich hierbei um sterbende Riesensterne hoher Leuchtkraft mit Lichtwechselperioden von etwa 1 bis 50 Tage. Sie besitzen ca 5 bis 15 Sonnenmassen, die tausendfache Leuchtkraft der Sonne und treten u.a. in den Spiralarmen des Milchstraßensystems auf. Henrietta S. Leavitt konnte 1912 nachweisen, dass es für Cepheiden eine Beziehung zwischen der Lichtwechselperiode P und der mittleren scheinbaren Helligkeit m gab. Die Bedeutung dieses Zusammenhangs für die Entfernungsmessung klären die anschließenden Unterpunkte.

2.2.1 Scheinbare Helligkeit

Die scheinbare Helligkeit m oder Magnitude ist ein Maß dafür, wie hell ein Himmelskörper einem Beobachter auf der Erde erscheint. Die Maßeinheit von m ist die 'Größenklasse' oder 'Magnitudo' und wird mit 'mag' oder 'm' abgekürzt.

Der griechische Astronom Hipparchus unterteilte die von ihm beobachteten Sterne in Gruppen verschiedener Helligkeit. Den hellsten Sternen am Himmel gab er die scheinbare Helligkeit $m = 1$ und den gerade noch erkennbaren Sternen $m = 6$. Alle anderen beobachteten Sterne besitzen scheinbare Helligkeiten zwischen $m = 1$ und $m = 6$. Man beachte, dass ein kleinerer Wert der scheinbaren Helligkeit einen heller erscheinenden Stern bezeichnet. Einer Differenz von einer Magnitude entspricht dabei einem Helligkeitsverhältnis von ca. $2,512$, einer Differenz von 2 Magnituden einem Helligkeitsverhältnis von $2,512^2$, usw. Durch Einsatz moderner Technologie (Photometern) kann man die scheinbare Helligkeit sehr genau messen. Mit Magnituden von $m = -26,81$ für die Sonne bis zu $m = 29$ für die schwächsten detektierten Objekte. Im physikalisch engeren Sinn ist m ein Maß für den radialen Strahlungsfluß F eines Sterns. Dieser bezeichnet die Gesamtenergie des ankommenden Lichts sämtlicher Wellenlängen, die pro Zeit auf eine Einheitsfläche, die senkrecht zur Strahlungsrichtung steht, trifft. Mit einem Photodetektor kann dieser Strahlungsfluss gemessen werden.

Der Wert des Strahlungsflußes hängt dabei von der Leuchtkraft L (Strahlungsleistung in Watt) und von der Entferung des Sterns zum Beobachter ab. Ein Stern hoher Leuchtkraft strahlt viel Energie ab, wieviel dieser Energie aber bei dem Photodetektor ankommt hängt von der Distanz des Sterns ab. Denn je weiter eine Strahlungsquelle vom Detektor entfernt ist, umso kleiner ist der Anteil der Energie, die der Detektor aufnehmen kann, an der Gesamtenergie. Derselbe Stern erscheint somit einem Beobachter auf der Erde umso heller, je kürzer die Distanz Erde-Stern ist.

Der gesamte Strahlungsfluss durch eine Kugelschale mit Radius r um einen Stern der Leutkraft L berechnet sich zu:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}. \tag{2}$$

Da L nicht von r abhängt, ist der radiale Fluß indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes des Sterns, r heißt auch Leuchtkraft-Entfernung.

Besitzen nun zwei Sterne einen Unterschied der scheinbaren Helligkeiten von $\Delta m = 5mag$, so erscheint der Stern mit der kleineren Magnitude 100 mal heller als der mit der größeren Magnitude ($2,512^5 \approx 100$). Somit folgt für den Zusammenhang zwischen der Magnitude und dem Strömungsfluß:

$$\frac{F_2}{F_1} = 100^{\frac{(m_1 - m_2)}{5}}. \tag{3}$$

Logarithmiert man beide Seiten:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \lg(\frac{F_1}{F_2}). \tag{4}$$

Nach Festlegung eines Referenzpunktes mit $m = 0$ (Stern Wega) lassen sich nun die scheinbaren Helligkeiten verschiedener Sterne festlegen. Um jedoch aus der Helligkeit eines Sterns seinen Abstand berechnen zu können, muss noch eine absolute Größe, die sog. "**absolute Helligkeit**" eingeführt werden.

2.2.2 Absolute Helligkeit

Der große Nachteil bei der Verwendung von scheinbaren Helligkeiten ist, dass sie keine Auskunft über die tatsächliche Helligkeit des Stern gibt. Denn ihr Wert hängt wie bereits weiter oben erwähnt von der Entfernung ab. Viele Sterne erscheinen dadurch heller als andere, tatsächlich sind sie nur näher der Erde lokalisiert. Deshalb führt man die "absolute Magnitude" ein, um einen vergleichbareren Wert unter den Sterne zu erhalten. Dieser Wert ist definiert, als die scheinbare Helligkeit eines Stern, falls er sich in einer Entfernung von $10pc$ befinden würde. Die Einheit "pc" ist die Abkürzung für "$parallax\,arc\,second$" und ein in der Astronomie häufig verwendete Entfernungseinheit ($1pc \simeq 3,26$Lichtjahren). Aus Gleichung(2), (3) und unter Verwendung der absoluten Helligkeit wird der Zusammenhang zwischen der scheinbaren -und absoluten Helligkeit mit der Entfernung eines Sterns von der Erde deutlich:

$$100^{\frac{(m-M)}{5}} = \frac{F_{absolut}}{F} = (\frac{d}{10})^2 \tag{5}$$

bzw:

$$m - M = 5\lg\frac{d}{10} = 5\lg d - 5. \tag{6}$$

Der Abstand Stern-Beobachter d wird in pc angegeben. Die Größe $m-M$ bezeichnet man als den **Entfernungsmodul**. Mit dieser für die Atronomie wichtigen Formel kann für Sterne, deren Entfernungsmodul bekannt ist (z.B. Cepheiden), der Abstand berechnet werden. Hat man also in einer Galaxie Cepheiden gefunden, so kann die Entfernung der Galaxie leicht berechnet werden. Das nachfolgende Unterkapitel vertieft die Methode der Entfernungsmessung mit Hilfe von Cepheiden.

2.2.3 Perioden-Helligkeitsbeziehung

Wie bereits angesprochen, zeichnen sich Cepheiden durch eine Beziehung zwischen der Lichtwechselperiode P und der mittleren scheinbaren Helligkeit m aus. Sämtliche Cepheiden, die Henrietta S. Leavitt untersuchte stammen aus der kleinen Magellanschen Wolke(Zwerggalaxien in nächster Nachbarschaft zur Milchstraße), d.h. der Unterschied der Cepheiden in ihrer scheinbaren Helligkeit ist identisch dem Unterschied in ihrer absoluten Helligkeit und somit gleich dem Unterschied ihrer Leuchtkräfte. Es ergibt sich aus der scheinbaren Helligkeits - Lichtwechselperiode eine absolte Helligkeits - Lichtwechsel - Beziehung. Daraus können aber nur relative Verhältnisse abgeleitet werden. Nach der Festlegung eines Referenzpunktes lassen sich die absoluten Helligkeiten M sämtlicher Cepheiden und deren Entfernungsmodule berechnen. In der Praxis beschränkt man sich bei der Berechnung der absoluten Helligkeit M meistens auf ein kleines Fenster im sichtbaren Spektrum. Symbolisch erhält die visuelle absolute Helligkeit M_v ein kleines "v" indiziert. Der Zusammenhang der Lichtwechselperiode P mit der durchschnittlichen absoluten visuellen Helligkeit $M_{\langle v\rangle}$ lautet nun:

$$M_{\langle v\rangle} = -2,80\lg P - 1,43 \tag{7}$$

P bezeichnet die Lichtwechselperiode des Sterns in Tagen. Das ist die Zeit, nach der sich der Lichtwechselzyklus wiederholt. Dazu wird der Stern über Tage hinweg beobachtet.

Aus der Beziehung der absoluten Helligkeit M und der Lichtwechselperiode P von Cepheiden, kann nun bei ermittelter Periode die absolute Helligkeit bestimmt werden. In Verbindung mit gemessenen scheinbaren Helligkeiten m, sind die Entfernungsmodule $m - M$ und somit die Entfernungen d dieser Cepheiden berechenbar.

Die Entfernungsbestimmung ist jedoch bis heute eine schwierige Aufgabe geblieben. Die Ungenauigkeit nimmt dabei mit der Entfernung der Galaxien zu, da man zur Berechnung großer Distanzen die Ergebnisse kurzerer Distanzen extrapoliert. Auftretende systematische Fehler bei der Ermittlung kurzer Entfernungen werden bei weiten Entfernungen sehr groß.

Ein Beispiel aus der Praxis verdeutlicht die Schwierigkeiten bei der Entfernungsbestimmung. Man setzte voraus, dass es (aus Stabilitätsgründen) eine maximale Sternmasse und damit auch eine maximale Leuchtkraft gibt. Statt der hellsten Sterne hatte man aber Sternhaufen beobachtet. Die berechnete Entfernung war also zu kurz. Man muss also erst mal das Objekt, dessen Distanz man berechnen will genau kennen, um Verwechslungen zu vermeiden.

2.3 Geschwindigkeitsmessung durch Rotverschiebung

Die von Hubble verwendete Rotverschiebung zur Geschwindigkeitsmessung von Cepheiden, wurde erstmals von Vesto Slipher um 1912 benutzt um die Geschwindigkeiten von Galaxien zu messen.

Leuchtende Gase (Plasmen) besitzen ein charakteristisches Emissions -und Absorptionsspektrum mit bekannten Frequenzen. Der Effekt der Rotverschiebung tritt dann in Erscheinung, wenn sich die Lichtquelle von uns weg bewegt. Die charakteristischen Spektrallinien werden dadurch zu längeren Wellenlängen verschoben. Bewegt sich hingegen die Lichtquelle auf uns zu werden die charakteristischen Spektrallinen zu kürzeren Wellenlängen verschoben. Dieser Effekt nennt sich dann Blauverschiebung. Die beiden Effekte bewirken bei Lichtwellen eine "Verschiebung"der tatsächlichen Wellenlänge, je nachdem ob sich das Signal emittierende Objekt von dem Beobachter entfernt oder es sich ihm nähert. Es hat sich herausgestellt, dass sich fast alle Galaxien von uns entfernen, deshalb überwiegt die Rotverschiebung. Der Effekt der Rotverschiebung ist jedoch vom Doppler Effekt zu unterscheiden. Der Doppler Effekt resultiert rein aus der Relativbewegung von Signal emittierenden Objekt und Beobachter in einem statischen Raum, wohingegen der beobachtbare Effekt der Rotverschiebung aus der Expansion des Raumes resultiert.

Allerdings ist die Expansion des Raumes an große Distanzen geknüpft, sodass auf kurzen Distanzen der Doppler-Effekt und die Rotverschiebung durch Eigenbewegungen der Galaxien ununterscheidbar werden. Die Rotverschiebung ist definiert durch:

$$z = \frac{\lambda_a - \lambda_e}{\lambda_e}. \tag{8}$$

Die Bezeichnungen λ_e und λ_a stehen für die Wellenlänge des emittierten (e) Lichts im Bezugssystem der Galaxie bzw. des absorbierten (a) Lichts im Bezugssystem des Beobachters (auf der Erde). Aus Vergleichsspektren kann die Rotverschiebung gemessen werden.

Zur anschaulichen Vorstellung der Rotverschiebung sei auf nachfolgende Abbildung verwiesen:

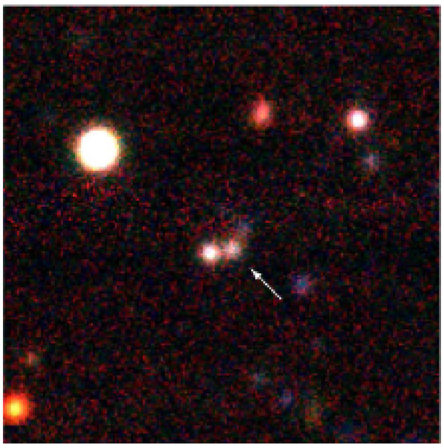


Abbildung 4: Galaxie EIS bei z=2,9

Mit der Beschränkung auf kurze Distanzen ($v \ll c$) gilt für den Zusammenhang zwischen der Fluchtgeschwindigkeit v einer Galaxie und der gemessenen Rotverschiebung z:

$$z = \frac{v}{c}, \tag{9}$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c.

Aus der gemessenen Rotverschiebung einer Galaxie konnte Hubble dessen Fluchtgeschwindigkeit bestimmten.

Unter Berücksichtigung von Gleichung (9) folgt nun mit dem Hubble-Gesetz (für $v \ll c$):

$$z = \frac{H_0}{c} r \tag{10}$$

Die Hubble-Konstante verbindet somit die Rotverschiebung, verursacht durch die Raumausdehnung, mit der Entfernung.

Die anschließende Diskussion des Hubble-Gesetz erläutert u.a. die Vereinbarkeit von dem Kosmologischen Prinzip mit dem Hubble-Gesetz.

2.4 Diskussion des Hubble Gesetzes

Die "Flucht"der Galaxien, im Sinne des Hubble-Gesetzes, ist also nicht als Bewegung in einem fixen Raum von uns weg zu verstehen, sondern beruht auf der allgemeinen zeitlichen Zunahme von Abständen im Universum.

Vektoriell geschrieben lautet das nach ihm benannte Gesetz:

$$\vec{v} = H_0 \vec{r}, \tag{11}$$

mit der eingeführten Hubble-Konstanten H_0.

Nach aktuellsten Stand gilt für den Wert der Hubble Konstanten:

$$H_0 = 71 \pm 7 \frac{kms^{-1}}{Mpc} \tag{12}$$

Aus dem Hubble-Gesetz $\vec{v} = H_0 \vec{r}$, kann der Wert von H_0 nach der Messung der Entfernung mehrerer Galaxien (aus Cepheiden-Entfernung) und dessen Fluchtgeschwindigkeiten (aus Rotverschiebung), ermittelt werden. Aufgrund der Schwierigkeiten zur Bestimmung der absoluten Entfernungen von Galaxien ist der Wert der Hubble-Konstanten immer noch mit einem großen Fehler behaftet. Man verwendet üblicherweise folgende Schreibweise:

$$H_0 = 100 h kms^{-1} Mpc^{-1} \tag{13}$$

Um das Rechnen mit der Hubble-Konstanten zu erleichtern wird die Ungenauigkeit auf die dimensionslose Größe h abgewälzt und ist demnach $h = 0,71 \pm 7$. Da die Entfernungen oft über das Hubble-Gesetz aus den gut messbaren Fluchtgeschwindigkeiten ermittelt werden, sagt man auch, die Entfernung zu dieser Galaxie ist bis auf einen Faktor h genau bestimmt.

Entscheidend bei der Hubble-Konstanten ist nicht nur der Wert sondern auch das Vorzeichen. Das positive Vorzeichen weißt darauf hin, dass gemäß dem Hubble-Gesetz (1), sich sämtliche Objekte von uns wegbewegen, je weiter diese entfernt sind umso schneller. Allgemeiner gesprochen, der Raum um uns herum expandiert umso schneller, je tiefer wir in den Kosmos blicken (s.Abb.5). Aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit zeigt das Bild des beobachteten Universums stets einen Zustand ihrer Vergangenheit. Je weiter entfernt die kosmischen Objekte sich befinden, umso länger war das Licht unterwegs, umso größer ist deren Rotverschiebung und umso weiter blickt man in die Vergangenheit.

Dem ersten Anschein nach wird die Erde durch das Hubble-Gesetz aber wieder in den Mittelpunkt des Universums gesetzt - geozentrisches Weltbild - und würde somit das Kosmologische Prinzip verletzen. Aus der Linearität des Hubble-Gesetz folgt jedoch, dass jeder andere Punkt im Universum ebenso als Mittelpunkt gewählt werden kann! Zur Veranschaulichung setzt man einen Beobachter in eine anderen Galaxie, d.h. wir bringen diese in den Mittelpunkt. Dazu müssen wir den Vektor ihrer Geschwindigkeit (relativ zu unserer Galaxie) von allen anderen Geschwindigkeitsvektoren abziehen. Es sind nun wieder alle Geschwindigkeitsvektoren (von dem neuen Mittelpunkt aus gerechnet) nach außen gerichtet. Das Universum hat also keinen Mittelpunkt. Es handelt sich um eine Volumenexpansion des Kosmos, die in jedem Volumenelement gleich groß ist und bei welcher jeder Punkt im Kosmos gleichberechtigt ist. Das Hubble-Gesetz verletzt also in keinster Weise das Kosmologische Prinzip!

Der Schwachpunkt des Hubble Gesetz liegt in dessen Gültigkeitsbereich. Es beschreibt zwar das durchschnittliche Verhalten von Galaxien auf großen Längenskalen (über $100Mpc$) sehr gut, aber auf kurzen Distanzen von wenigen tausend Lichtjahren (Durchmesser der Milchstraße $12,5kpc$) verliert das Hubble-Gesetz seine Gültigkeit. Ursache dafür sind die auftretenden Eigenbewegungen der Galaxien. Sie gewinnen an Einfluss auf die Gesamtbewegung, je näher sie sich einem gewählten Mittelpunkt befinden. Die Eigenbewegungen werden durch die herrschenden Gravitationsfelder in der Umgebung einer Galaxie verursacht. Ähnlich dem "*Fallen*" eines Kometen im Gravitationsfeld der Erde.

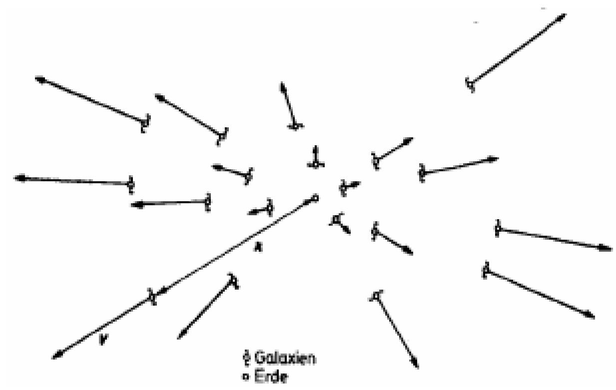


Abbildung 5: Die "Flucht der Galaxien": Je, weiter die Galaxien von der Erde entfernt sind umso größer ist ihre Fluchtbewegung. Die Erde befindet sich scheinbar im Zentrum des Universums

Ferner muss es nach dem Hubble-Gesetz in der Vergangenheit einen Zeitpunkt gegeben haben, zu dem das Universum in einem komprimierteren Zustand vorzufinden war.

2.5 Zusammenfassung

Nach dem Hubble-Gesetz entfernen sich Galaxien mit wachsendem Abstand immer schneller von uns. Grund dafür ist die Ausdehnung des Raumes. Die Raumexpansion verursacht außerdem eine Rotverschiebung bei beobachteten Lichtwellen. Allerdings gilt diese Beobachtung nicht nur für einen Betrachter auf der Erde sondern für beliebige Punkte im Universum.

Nähere Hinweise auf die Bedeutung der Hubble-Konstanten und auf die Geschichte des Universums ergibt sich aus der Friedmann-Gleichung, die im anschließenden Kapitel zur Newtonschen Kosmologie hergeleitet wird.

3 Newtonsche Kosmologie

Aus dem Energieerhaltungssatz und der Newtonschen Gravitationstheorie gewinnt man bereits einen Einblick in die Entwicklung des Universums, die durch die fundamentale 1.Friedmann-Gleichung beschrieben wird. Diese Gleichung kann auch aus der Allgemeinen Relativitätstheorie abgeleitet werden.

3.1 Die 1.Friedmann-Gleichung

In der Newtonschen Gravitationstheorie gibt es zwischen Massen nur attraktive Kräfte. Die Kraft F, die eine Masse M dabei auf eine andere Masse m ausübt, ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$F = \frac{GMm}{r^2}. \tag{14}$$

Mit:

- r: Abstand der beiden Massen
- G: Newtonsche Gravitationskonstante $G = 6,673 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$

Die anziehende Kraft ist also indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes.

Die Ursache dieser anziehenden Kraft ist in dem gemeinsamen Graviationsfeld begründet. Angenommen man hat eine große Masse M und eine kleine Masse m, dessen eigenes Gravitationsfeld vernachlässigt wird, dann erhält man für die potentielle Energie der kleineren Masse im Feld der Großen:

$$V = -\frac{GMm}{r}. \tag{15}$$

Die Kraft (Ableitung der potentiellen Energie) ist dabei stets so gerichtet, dass die potentielle Energie der kleinen Masse m auf dem schnellsten Weg verringert wird.

Der Energieerhaltungssatz für ein beliebiges kosmisches Objekt lautet nun:

$$E = T + V = \frac{1}{2} m\dot{r}^2 - \frac{GMm}{r}. \tag{16}$$

Es handelt sich beim Energieerhaltungssatz um eine Differentialgleichung für den sich zeitlich ändernden Abstand $r(t)$ von einem frei gewählten Mittelpunkt. Die freie Mittelpunktswahl ist auf das Kosmologische Prinzip zurückzuführen. Die Lösungen beschreiben also beispielsweise die Bewegung einer Galaxie mit Masse m im Gravitationspotential einer größeren Masse M.

Um jedoch eine explizitere Differentialgleichung für die Dynamik des Raumes zu erhalten führt man ein sogenanntes "Mitbewegtes Koordinatensystem" ein. Dabei handelt es sich um ein Koordinatensystem, dass sich mit der Ausdehnung des Raumes mitbewegt. Sofern die kosmischen Objekte keine Eigenbewegung aufweisen erscheint für einen Beobachter in dem "Mitbewegten Koordinatensystem" der Raum statisch und isotrop. Alle beobachtbaren Objekte besitzen zeitlich konstante räumliche Koordinaten. Beobachter in anderen Koordinatensystem nehmen den Raum dynamisch war. Die Isotropie ist dann streng genommen - bei Betrachtungen kleiner Raumanteile - wegen der auftretenden Rot -bzw. Blauverschiebung in den verschiedenen Raumrichtungen nicht mehr gegeben und das Kosmologische Prinzip verletzt. Erst im Mittel über den gesamten umliegenden Raum ist Isotropie erreicht und das Kosmologische Prinzip erfüllt.

Der Abstandsvektor $\vec{r}$ kann mit dem mitbewegten Abstandvektor $\vec{x}$ folgendermaßen in Verbindung gebracht werden:

$$\vec{r} = a(t)\vec{x}. \tag{17}$$

Der Skalenfaktor ("des Universums") $a(t)$ verknüpft also, zu einem bestimmten Zeitpunkt, die räumlich statischen Koordinaten $\vec{x}$ eines "Mitbewegten Koordinatensystems" mit den räumlichen dynamischen Koordinaten $\vec{r}$ eines statischen Koordinatensystems (physikalisches Koordinatensystem). Der Abstand zweier Objekte, z.B. zweier Galaxien zur Zeit t errechnet sich dann aus:

$$r(t) = a(t)x \tag{18}$$

Die Homogenitätseigenschaft führt dazu, dass der Skalenfaktor a nur von der Zeit abhängt. Er allein beschreibt die zeitliche Entwicklung der Distanzen $\vec{r}$, da die $\vec{x}$-Koordinaten konstant sind. Falls sich zum Beispiel der Skalenfaktor in der Zeit von t_1 nach t_2 verdoppelt, so hat sich auch das Universum auf das doppelte vergrößert. Man benötigt also zum Zeitpunkt t_2 die doppelte Zeit um von einer Galaxie zu einer anderen zu reisen als zum Zeitpunkt t_1.

Da die $\vec{x}$-Koordinaten zeitlich konstant sind gilt:

$$\dot{x} = 0 \tag{19}$$

Mit dem Skalenfaktor lässt sich nun die Gleichung (16) auf eine Bewegungsgleichung für die Expansion umschreiben:

$$E = \frac{1}{2}m\dot{a}^2x^2 - \frac{GMm}{ax}. \tag{20}$$

Identifiziert man nun die große Masse M mit der Gesamtmasse einer homogenen Galaxienverteilung mit der Massendichte $\rho = \frac{M}{V_{Kugel}}$ innerhalb einer Kugel und die kleine Masse m mit der Masse einer Galaxie auf der Kugeloberfläche , dann ergibt sich unter Berücksichtigung des Newtonschen Prinzips für die Gesamtenergie:

$$E = T + V = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m\dot{a}^2x^2 - \frac{4\pi}{3}G\rho a^2x^2m. \tag{21}$$

Das Newtonsche Prinzip besagt, dass die Kraft auf die Galaxie auf der Oberfläche rein aus der Massenverteilung innerhalb der Kugel resultiert (s.Abb.6). Die Masse außerhalb der Kugel hat keinen Einfluss auf die Gesamtkraft dieser Galaxie. Die anziehende Kraft ist identisch mit der Kraft, bei der die Gesamtmasse im Mittelpunkt der Kugel konzentriert ist. (Ein ähnlicher Befund existiert in der Elektrodynamik (Ladungen)).

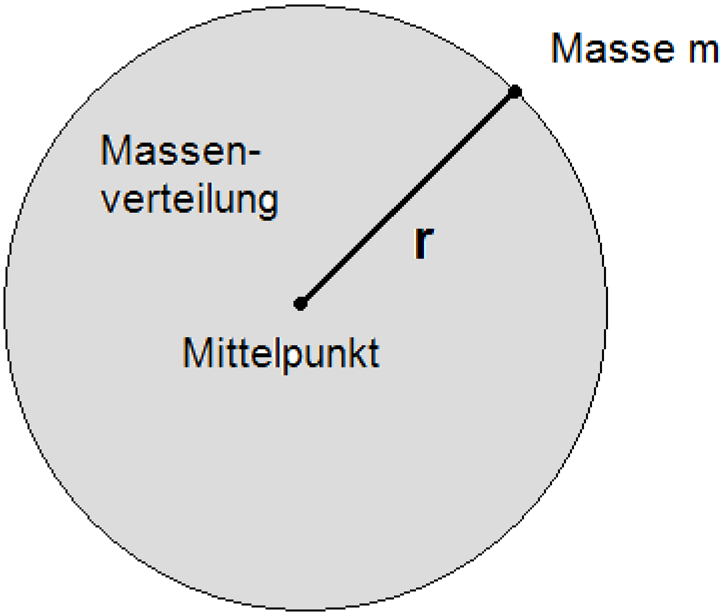


Abbildung 6: Die gravitative Kraft auf ein kosmisches Objekt der Masse m, wird ausschließlich von der homogen verteilten Materie der Masse M, innerhalb einer Kugel um einen frei wählbaren Mittelpunkt mit Radius r, des Abstandes Mittelpunkt-kosmisches Objekt, verursacht.

Das Kosmologische Prinzip garantiert, dass diese Aussagen für beliebige Objekte im Kosmos gelten und wir den Mittelpunkt frei wählen können.

Multipliziert man beide Seiten mit $\frac{2}{ma^2x^2}$ und sortiert die Gleichung neu ergibt sich:

$$(\frac{\dot{a}}{a})^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}, \tag{22}$$

wobei $kc^2 = -\frac{2U}{mx^2}$. k ist konstant und besitzt die Einheit $[Länge]^{-2}$.

Diese Gleichung beschreibt wie sich der Entfernungsparameter $a(t)$ mit der Zeit entwickelt. Das ist nun die **1. Friedmann-Gleichung**, deren Lösungen Aufschluss über die Entwicklung des Kosmos geben. Aus Gleichung (22) wird deutlich, dass die Bewegungsgleichung von $a(t)$ und somit die zeitliche Entwicklung des Universums allein durch die Massendichte bzw. Energiedichte ρ (spezielle Relativitätstheorie) bestimmt wird. Alle anderen Großen sind konstant.

Die Konstante k ist ein Maß für die Energie pro Masseneinheit. Sie muss von x unabhängig sein, da alle anderen Terme der Friedmann-Gleiung unabhängig von x sind. Ansonsten wäre die Homogenitätsbedingung verletzt. Aus diesem Grund muss die Gesamtenergie eines Objekts direkt proportional zum Quadrat des Abstandes im "Mitbewegten Koordinatensystem" sein, also $U \propto x^2$. Aus der Zeit- und x- Abstands Unabhängigkeit von k folgt, dass ein expandierendes Universum einen seit ihrer Geburt bestimmten Wert für k besitzt und diesen beibehalten wird. Mit anderen Worten: Die Energie pro Masseneinheit bleibt konstant.

Vor allem aber kommt der Konstanten k hinsichtlich der ART eine besondere Bedeutung zu. Denn die Kenntnis von k gibt Aufschluss über die Geometrie des Kosmos. Unter der Voraussetzung der Homogenität und Isotropie des Kosmos kommen drei verschieden mögliche Geometrien für das Universum in Frage, die in Verbindung mit den drei möglichen Werten $k < 0$, $k = 0$, $k > 0$ stehen.

Dabei bedeuten:

$k = 0$ den bekannten *euklidischen* Raum ("Flache Universum"). Dieser basiert auf einen Satz einfacher Axiome (z.B. Die kürzerste Verbindung zweier Punkte ist eine gerade durch diese) und einem komplexeren Axiom: Zueinander parallele Linien behalten einen konstanten Abstand. Unter der Voraussetzung des Kosmologischen Prinzips - das Universum schaut von jedem Punkt aus gesehen gleich aus - muss dieser Raum eine unendliche Ausdehnung besitzen.

$k > 0$ einen *sphärischen* oder *elliptischen* Raum. Diese Räume sind *geschlossen* und haben ein endliches Volumen.

$k < 0$ einen *hyperbolischen* Raum; dieser ist *offen*.

Man veranschaulicht sich diese dreierlei Räume bzw. Geometrien am besten durch ihre zweidimensionalen Analoga (s.Abb.7), insbesondere ein geschlossenes, expandierendes Universum durch die Oberfläche eines Luftballons, der aufgeblasen wird.

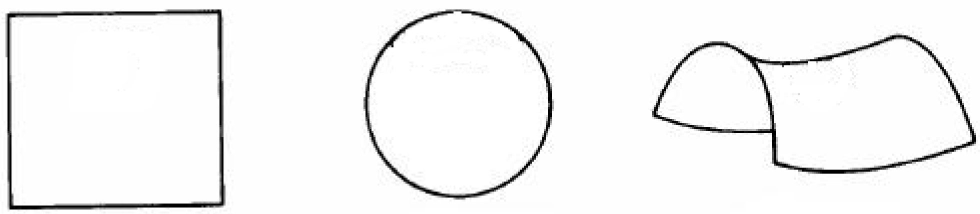


Abbildung 7: Veranschaulichung der Krümmung durch 2-dimensionale Flächen: Ebene Fläche ($k = 0$), Kugelfläche ($k > 0$) und hyperbolisch gekrümmte Fläche ($k < 0$).

In einer weiteren Seminararbeit zur Robertson-Walker-Metrik von Philipp Wein werden diese Geometrien noch ausführlicher behandelt.

Einen entscheidenden Hinweis auf die Expansionsdynamik des Kosmos gibt die wohl wichtigste Konstante des Universum, die Hubble-Konstante. Daher ist es den Kosmologen ein großes Anliegen ihren Wert genau zu bestimmen. Die Verbindung von Hubble-Konstante und der zeitlichen Entwicklung des Kosmos wird nun anschließend herausgearbeitet.

3.2 Interpretation der Hubble-Konstanten

Die Fluchtgeschwindigkeit $\vec{v}$ besitzt nach dem Hubble-Gesetz die gleiche Richtung wie der Entfernungsvektor $\vec{r}$ bezüglich eines frei wählbaren Mittelpunkts (Kosmologisches Prinzip). Daher:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{|\dot{\vec{r}}|}{|\vec{r}|}\vec{r} = \frac{\dot{a}}{a}\vec{r}. \tag{23}$$

Im letzten Schritt, geht der Zusammenhang zwischen dem Entfernungsvektor und dem Expansionsparameter $\vec{r} = a(t)\vec{x}$ mit ein. Wobei $\dot{\vec{x}} = 0$ gilt, da $\vec{x} = konstant$ nach Definition.

Vergleicht man nun Gleichung (23) mit dem Hubble-Gesetz $\vec{v} = H\vec{r}$, so kann die Proportionalitätskonstante, die Hubble-Konstante, identifiziert werden als:

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}. \tag{24}$$

Die Hubble-Konstante ist damit eine zeitabhängige Größe. Sie ist ein Maß für die Steigung des Skalenfaktors $a(t)$. Daher ist der Ausdruck "Hubble-Konstante" etwas irreführend. Es steht aber nicht im Widerspruch zum Kosmologischen Prinzip. Denn die räumliche Konstanz der Hubble-Konstante ist weiterhin gewährleistet. Zur Kennzeichnung des heutigen Werts schreibt man H_0 (Steigung von $a(t)$ bei $t = t_0$). Meistens wird dieser Wert mit dem Begriff "Hubble-Konstante" in Verbindung gebracht. Aufgrund der Zeitabhängigkeit der Hubble-"Konstanten" ist das Hubble-Gesetz nur auf kurzen Distanzen gültig. Kurze Distanzen sind gleichbedeutend mit nahe Vergangenheit, denn je tiefer man in den Kosmos blickt umso länger war das Licht unterwegs. Die Konstante H_0 ist nur ein Maß der Steigung an den Graphen a(t) zum heutigen Zeitpunkt. Um also genauere Aussagen der Dynamik unseres Raumes zu erhalten muss die Bewegungsgleichung für $a(t)$ gelöst werden.

Die Messungen der Hubble-Konstanten führen zu einem positiven Wert. Aus diesem Grund nimmt man an, dass sich zur Zeit der Kosmos in einem expandierenden und nicht in einem statischen oder kontrahierenden Zustand befindet.

Wie bereits angesprochen hängt die Dynamik des Kosmos, also die Lösung der Friedmann-Gleichung von der Materie -bzw. der Energiedichte ρ ab. Im anschließenden Unterkapitel werden die Lösungen der Friedmann-Gleichung für verschiedenes ρ besprochen und die daraus folgende Bedeutung für den Kosmos erläutert.

3.3 Lösungen der Friedmann-Gleichung

Die Friedmann-Gleichung hat zwei Lösungsmengen. Jede enthält unendliche viele Lösungen. Die Lösungen mit $k > 0$ sind mit einer positiven Raumkrümmung verbunden, d.h. sphärischer Raum und die Lösungen mit $k < 0$ mit einer negativen Raumkrümmung, d.h. hyperbolischer Raum. Die Lösung $k = 0$ beschreibt einen Grenzfall mit verschwindender Raumkrümmung, d.h. euklidischer Geometrie.

Es ist üblich, die gemessene heutige Dichte ρ_0 in Vielfachen der (heutigen) kritischen Dichte $\rho_{c,0}$ anzugeben, deshalb der Index c. Diese kritische Dichte $\rho_{c,0}$ ergibt sich aus der Friedmann-Gleichung für den Fall $k = 0$ zum Zeitpunkt $t = t_0$:

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{c,0} \tag{25}$$

Mit dem Wert von H_0 (Gl.12) findet man:

$$\rho_{c,0} = 1,88 \cdot 10^{-26} \cdot h^2 \frac{kg}{m^3} \tag{26}$$

(h=0,71). Für die Vielfachen der kritischen Dichte $\rho_{c,0}$ schreibt man:

$$\Omega_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{c,0}} \tag{27}$$

Die Friedmann-Gleichung kann nun für $k < 0$, $k = 0$, $k > 0$ gelöst werden. Welchen der drei Werte man für k wählt liegt an der für den Kosmos gemessenen heutigen Dichte ρ_0, d.h. die Energiedichte bestimmt die Geometrie und die zeitliche Entwicklung des Kosmos:

- $k = 0$ bedeutet $\Omega_0 = 1$
- $k < 0$ bedeutet $\Omega_0 < 1$
- $k > 0$ bedeutet $\Omega_0 > 1$.

Für den Fall $k = 0$ ergibt sich folgende Lösung:

Wegen der Erhaltung der Massen gilt:

$$\rho r^3 = \rho_x x^3 \tag{28}$$

Mit $r = a(t)x$ folgt:

$$\rho a^3 = \rho_x \tag{29}$$

Dann wird aus Gleichung (22) mit $k = 0$:

$$\dot{a}^2 a = \frac{8\pi G \rho_{c,0}}{3} = H_0^2 \tag{30}$$

Nach Ziehen der Wurzel, Integration auf beiden Seiten und anschließendem Umstellen erhält man:

$$a(t) = (\frac{3}{2} H_0 t)^{\frac{2}{3}} \tag{31}$$

Für den Fall $k < 0$ erhält man eine Lösung der Form:

$$a(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Omega_0}{1 - \Omega_0} [\cosh x - 1] \tag{32}$$

Für den Fall $k > 0$ erhält man eine Lösung der Form:

$$a(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Omega_0}{\Omega_0 - 1} [1 - \cos x] \tag{33}$$

Die grafischen Lösungen, die sich aus der Friedmann-Gleichung ergeben sind in der Abbildung (8) dargestellt:

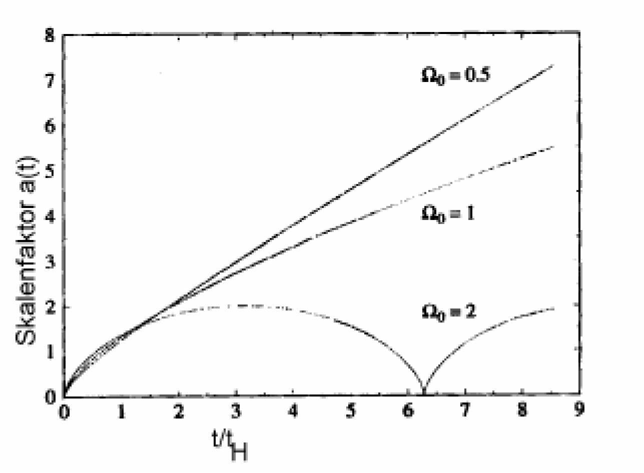


Abbildung 8: Drei Lösungen der Friemann-Gleichung für $\Omega_0 < 1$ mit negativer Raumkrümmung, $\Omega_0 = 1$ mit euklidischem Raum und $\Omega_0 > 1$ verbunden mit positiver Raumkrümmung.

- Die Lösung für $\Omega_0 = 1$ beginnt bei $t = 0$ (Urknall) mit einer unendlich großen Steigung. Die Kurve flacht im Laufe der Zeit immer weiter ab, d.h. die Expansionsgeschwindigkeit wird unendlich klein.
- Die Lösungen für $\Omega_0 < 1$ haben immer eine nicht verschwindende Steigung, d.h. die Expansion setzt sich bis in alle Ewigkeit fort.
- Die Lösungen für $\Omega_0 > 1$ beschreiben eine Expansion bis zu einem Maximum bei $\frac{t}{t_H} = \pi$, dem sich ein Kollaps mit einer Nullstelle des Skalenparameters bei dem Argument $\frac{t}{t_H} = 2\pi$ anschließt. Dieses Verhalten setzt sich periodisch fort. Mit $t_H = \frac{1}{H_0}$ ist die Hubble-Zeit gemeint (Obergrenze des kosmischen Alters).

Beobachtungen zufolge befinden wir uns in einem Kosmos mit $k = 0$, d.h. in einem Euklidischen Raum. Allerdings machen die uns vertraute baryonische Materie, d.h. die "normalen" Elemente, nur 4 % der für diese Geometrie nötigen Materie aus. Zu den restlichen 96 % gehören die "dunkle Energie" bzw. die "dunkle Materie", die ihre Namen wegen ihrer bisher noch unbekannten Eigenschaften erhalten haben.

3.4 Zusammenfassung

Die fundamentale kosmologische Gleichung, die Friedmann-Gleichung, die die zeitliche Entwicklung des Kosmos beschreibt, lässt sich aus dem Energieerhaltungssatz und der Einführung eines neuen Koordinatensystems, eines sog. "Mitbewegten Koordinatensystem", herleiten.

Die Hubble-"Konstante" kann als eine Expansionsrate verstanden werden kann. Messungen der derzeitigen Hubble-Konstanten belegen einen positiven Wert. Danach expandiert also das Universum, ist also dynamisch und nicht statisch wie ursprünglich von vielen berühmten Astrophysikern behauptet, darunter auch Einstein.

Aktuell geht man von einem Universum mit euklidischer Struktur aus, dessen Ausdehnungsgeschwindigkeit mit der Zeit unendlich klein wird.

4 Kosmische Expansion

Wie die Dynamik des Kosmos aussieht ist wie bereits klar gestellt wurde von der Massendichte im Kosmos abhängig. Prinzipiell ist im Rahmen der Newtonschen Kosmologie auch eine Kontraktion des Kosmos möglich. Man kann die Dynamik des Kosmos mit den 3 möglichen Bahnen eines Kometen um einen Planeten vergleichen. Je, nachdem wie groß die Kinetische Energie des Kometen gegenüber dem Gravitationspotential des Planeten ist, kann der Komet eingefangen werden und stürzt nach gewisser Zeit auf den Planeten oder er beschreibt eine stabile Bahn um den Planeten oder er wird durch das gravitative Feld des Planeten nur abgelenkt und fliegt weiter. Für die Dynamik des Kosmos ergeben sich ähnliche 3 Entwicklungsmöglichkeiten.

Je nachdem wie der Kosmos mit Energie gefüllt wird kontrahiert der Kosmos oder er bleibt statisch oder er expandiert. Beobachtungen stützen jedoch die These einer Expansion, die mit der Zeit erlahmt. Als Motor der Expansion wird "*Dunkle Energie*" vermutet.

Um ein deutlicheres Bild von der Expansion des Kosmos zu erhalten stelle ich zunächst klar wie man sich diese **Volumenexpansion** *nicht* vorstellen soll. Sie bewirkt *nicht*, dass der menschliche Organismus sich ausdeht oder sich die Erdumlaufbahn vergrößert. Selbst die Sterne innerhalb unseres Milchstraßensystems entfernen sich nicht mit der Zeit voneinander. Weit entfernte Galaxien jedoch, distanzieren sich mit der Zeit immer stärker von uns. Entscheidend für eine bemerkbare zeitliche Expansion ist die gravitative Wirkung zwischen zwei Objekten, ausgehend von einer ausgedehnten homogenen Materieverteilung nach dem Newtonschen Prinzip zwischen diesen (Friedmann-Gleichung). Auf atomarer Ebene, wie beim menschlichen Organismus, überwiegen die Bindungskräfte zwischen den Atomen weit den gravitativen Kräften, einer zwischen den Atomen liegenden Materieverteilung. Bei den Größenskalen der Erdbahn bzw. unserer Galaxie ist zwar die Gravitation die bestimmende Kraft, jedoch ist dieser Maßstab noch klein um von einer gleichmäßigen Materieverteilung zwischen zwei kosmischen Objekten im Sinne des Newtonschen Prinzips zu sprechen. Erst wenn wir in Größenbereiche von einigen Megaparsecs kommen ist eine homogene und isotrope Materieverteilung im Universum gegeben, in der sich Galaxien im Sinne der Friedmann-Gleichung voneinander entfernen. Die Galaxien entfernen sich jedoch nicht mit einer Bewegung im statischen Raum voneinander, es ist die Raumzeit selbst, die sich ausdehnt und die Galaxien mitbewegt.

Die durch die Ausdehnung des Raumes hervorgerufene Rotverschiebung lässt auf die vergangene Zeit rückschließen. Näheres dazu folgt.

4.1 Rotverschiebung und die nahe Vergangenheit

Die Rotverschiebung der Spektrallinien kosmischer Objekte nutzte Hubble zu dessen Geschwindigkeitsmessung und führte zu der Annahme eines expandierenden Universums. Durch Kopplung des Rotverschiebungsparameter z mit dem Skalenfaktor $a(t)$ erhält man einen direkten Zusammenhang zwischen der Expansion des Kosmos und der Rotverschiebung. Somit lassen sich aus der gemessenen Rotverschiebung Rückschlüsse auf die nahe Vergangenheit seit der Emission des registrierten Lichts ziehen.

Für die Wellenlängenänderung $d\lambda \equiv \lambda_a - \lambda_e$, mit λ_a für die absorbierte und λ_e für die emittierte Wellenlänge, ergibt sich unter kleinen Änderungen:

$$\frac{d\lambda}{\lambda e} = \frac{dv}{c}. \tag{34}$$

Aus dem Hubble-Gesetz folgt für die Relativgeschwindigkeit dv der beiden Objekte:

$$dv = Hdr = \frac{\dot{a}}{a}dr. \tag{35}$$

Die Zeit dt, die das Licht benötigt um von dem einen Objekt zum anderen zu gelangen, gewinnt man aus:

$$dt = \frac{dr}{c} \tag{36}$$

Aus (34)-(36) erhält man:

$$\frac{d\lambda}{\lambda_e} = \frac{\dot{a}}{a}\frac{dr}{c} = \frac{\dot{a}}{a}dt = \frac{da}{a}. \tag{37}$$

Durch Integration folgt:

$$\ln \lambda = \ln a + Konstante. \tag{38}$$

bzw.:

$$\lambda \propto a. \tag{39}$$

λ bezeichnet in diesem Fall irgendeine eine Wellenlänge.

Die direkte Proportionalität besagt also, dass sich die ausgesendete Wellenlänge in dem gleichen Maße vergrößert wie der Raum (s.Abb.9):

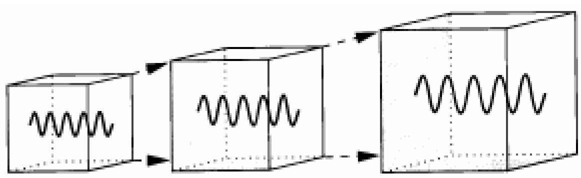


Abbildung 9: Die Wellenlänge wird in dem gleichen Maße wie der Raum vergrößert

Mit der bekannten Definiton der Rotverschiebung aus Gleichung (8) erhält man nun einen direkten Zusammenhang zwischen der Rotverschiebung und dem Skalenfaktor bzw. der Expansion:

$$1 + z = \frac{\lambda_a}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} = \frac{1}{a(t_e)} \tag{40}$$

Mit $a(t_0 = 1)$.

Der Vergrößerungsfaktor $z + 1$ bestimmt die Streckung der Wellenlänge vom Zeitpunkt der Emission bis zum Zeitpunkt der Absorbtion. Hat sich beispielsweise die Wellenlänge in dieser Zeit verdoppelt, dann auch der Kosmos. Aus Lösung der Friedmann-Gleichung kann nun bei ermittelter Rotverschiebung z auf die Zeit Δt zwischen Emission t_e und Absorption t_a, die "look-back-time", geschlossen werden.

Eine allgemeinere Herleitung mithilfe der Allgemeinen Relativitätstheorie führt auf das gleiche Ergebnis als unsere genäherte Herleitung zweier nah gelegener kosmischer Objekte.

Mit der Frage der Überlichtgeschwindigkeit beschäftigt sich das anschließende Thema.

4.2 Überlichtgeschwindigkeit

Aus dem Hubble-Gesetz geht ein linearer Zusammenhang zwischen der Entfernung eines kosmischen Objekts und dessen Fluchtgeschwindigkeit hervor. Für weit entfernte Galaxien könnten daher Fluchgeschwindigkeiten größer als die Lichtgeschwindigkeit auftreten, im Widerspruch zur SRT. Diese Überlichtgeschwindigkeit muss allerdings im Rahmen einer Ausdehnung des Raumes verstanden werden. Die Geschwindigkeitsobergrenze der SRT, die Lichtgeschwindigkeit, gilt aber nur für Bezugssysteme, die sich in einem statischen Raum voneinander weg bewegen. Es kann also Überlichtgeschwindigkeit auftreten ohne die Geschwindigkeitsobergrenze der SRT zu verletzen.

4.3 Zusammenfassung

Aus der Verbindung von Hubbles Gesetz, der Friedmann-Gleichung und der Näherung der Rotverschiebung als Doppler-Effekt erhält man eine Formel, um in die Vergangenheit zu blicken.

Überlichtgeschwindigkeiten im Sinne einer Raumausdehnung verletzen nicht die Geschwindigkeitsobergrenze der SRT, die Lichtgeschwindigkeit c.

5 Schlussbemerkungen

Die Entdeckung der Expansion wird fälschlicherweise stets Edwin Hubble zugeschrieben. In Wirklichkeit glaubte er selber nicht an ein dynamisches bzw. expandierendes Universum. Er interpretierte die Rotverschiebung als einen Doppler-Effekt und deutete die Fluchtbewegung der Galaxien nicht als Expansion des Raumes, sondern als Bewegung in einem statischen Universum. Selbst Einstein propagierte ein in sich ruhendes, endliches, aber unbegrenztes Universum, obwohl aus den nach ihm benannten "Einstein-Gleichungen" ein dynamisches Universum folgt. Um aber dennoch ein statisches Universum zu gewährleisten führte er seine berühmte kosmologische Konstante Λ ein, die er später als die "*grte Eselei*" seines Lebens bezeichnete.

Hubbles Verdienste liegen jedoch eher in der präzisen Distanzbestimmung durch die Cepheiden-Methode begründet, wodurch er einen entscheidenden Beitrag zur Klärung der Proportionalität zwischen Entfernung und Rotverschiebung leistete. Die lineare Abhängigkeit der Fluchtgeschwindigkeit von der Distanz, die im Hubble-Gesetz verankert ist, wurde eigentlich schon vor Hubble von Georges Lemaître 1927 theoretisch hergeleitet. Lemaître betonte hingegen, dass die großen Rotverschiebungen nicht als Flucht der Galaxien von uns weg gedeutet werden dürfen, sondern dass sie die Expansion unseres Universums anzeigen. Er war zwar jener, der aus der Kombination von Theorie und Beobachtungen das expandierende Universum entdeckte, er war aber nicht der Erste, der aus der ART die Lösung für ein dynamisches Universum hinschrieb. Diese Ehre gebührt dem Russen Alexander Friedmann. Er publizierte die Erkenntnis, dass das Universum sowohl expandieren als auch kontrahieren könne, bereits 1922. Da Friedmann keine Verbindung zur Beobachtung herstellte und die Vorstellung eines expandierenden Universums für Einstein unakzeptabel war, schenkte man Friedmanns Erkenntnis wenig Aufmerksamkeit. Auf der Suche nach einer Erklärung für die Beziehung $v = Hr$ setzten sich erst 1930 Lemaîtres Vorstellungen zum Kosmos und somit Friedmanns Gleichungen für ein dynamisches Universum durch.

Literatur

[1] W. Gebhardt. Kosmologie. Vorlesungsskript Kapitel 1/2 (www-nw.uni-regensburg.de/ .gew24501.wegscheider.physik.uni-regensburg.de/skripten/index.htm)

[2] Andrew Liddle: An Introduction to Modern Cosmology. 2nd Edition . Wiley 2004

[3] A. Unsöld, S. Baschek: Der neue Kosmos. 7. Aufl. Springer Verl. 2002

[4] B.W.Carroll, D.A. Ostlie: Modern Astrophysics. Ch. 27 und 28.Addison Wesley Publ Comp. 1996

[5] Peter Schneider Vorlesung : Kosmologie I. Homogene isotrope Weltmodell, http://www.astro.uni-bonn.de/ peter/Lectures/intro4.pdf

[6] Zeitschrift "Sterne und Weltraum", Juniheft 07 S. 36

[7] Sebastian Putz: Das Hubble-Gesetz und kosmologische Entfernungsbestimmung, Ausbildungsseminar zur Kosmologie im WS 07/08

[8] de.wikipedia.org/wiki/Kosmologie

[9] de.wikipedia.org/wiki/Kosmologisches Prinzip

[10] de.wikipedia.org/wiki/Parallaxe

[11] de.wikipedia.org/wiki/Rotverschiebung

[12] de.wikipedia.org/wiki/Expansion des Universums