

6. Reste des Feuerballs. Die kosmische Mikrowellenstrahlung.

6.1. Die Vorgeschichte

Lässt man die Zeit rückwärts laufen, so wächst die Dichte mit abnehmendem Skalenparameter immer weiter an, wobei die Materiedichte sich wie $\varepsilon_M \propto a^{-3}$, die Energiedichte der Strahlung wie $\varepsilon_r \propto a^{-4}$ verhält. Da andererseits $\varepsilon_r \propto T^4$ ist, gilt für die Temperatur der Strahlung (im Gleichgewicht)

$$T(t) \propto a(t)^{-1} \propto t^{-1/2} \quad (4.36)$$

Aus solchen Überlegungen schloss George Gamov [s. Rev. Mod Phys. 21, p.367, 1949], dass der Kosmos einen heißen Anfang gehabt haben muss. Bei Expansion und Abkühlung unter 10 000 K habe sich die Strahlung von der Materie entkoppelt (d. h. die Quantenenergie der Strahlung reichte für Absorptionsprozesse nicht aus) und sich unabhängig weiter abgekühlt. Diese Strahlung ist auch heute noch als „Kosmische Hintergrundstrahlung“ (engl. „Cosmic Microwave Background“ abgek. CMB) vorhanden. Gamov machte eine Abschätzung mit den damals nur sehr ungenau bekannten Werten kosmologischer Parameter und kam auf 5 - 10 K. Die zugehörige Plancksche

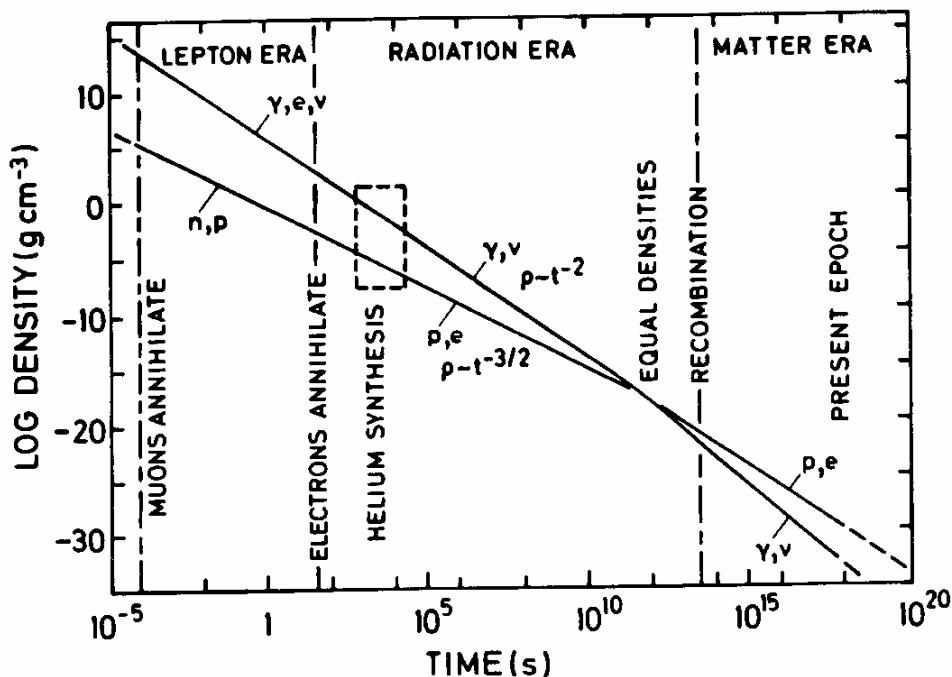


Fig. 6.1. Materie- und Strahlungsdichte haben verschiedene Abhängigkeiten vom Skalenparameter. Bis zu Zeiten $t \cong 300\,000$ Jahre dominierte die Strahlung. Danach entkoppelte sich die Strahlung von der Materie und kühlte bis zur Gegenwart auf $T = 2,73$ K ab. Nach Harrison Ann. Astron. Astrophys. Rev. 11, 155 (1973).

Strahlung liegt im Bereich der Mikrowellen. Gamovs Ideen von einem heißen Anfang wurden in den frühen sechziger Jahren unabhängig (und ohne Kenntnis der Gamovschen Arbeiten) von Robert H. Dicke in Princeton aufgenommen, der sich neben vielen anderen Themen mit Gravitations-Physik beschäftigte und eine sehr aktive, experimentelle Arbeitsgruppe aufgebaut hatte. Er ließ von seinen Mitarbeitern Peter G. Roll und David T. Wilkinson Mikrowellenantennen mit Helium gekühlten Detektoren auf dem Dach des geologischen Instituts aufstellen. P. James E. Peebles, ebenfalls in Princeton, begleitete auf Anregung von Dicke diese Arbeiten theoretisch. Man muss beachten, dass zu dieser Zeit noch eine große Unsicherheit über die Parameter der kosmischen Modelle herrschte. Der Wert der Hubble-Konstanten war zu groß und führte auf viel zu kurze kosmische Zeiten im Widerspruch zu Ergebnissen aus dem radioaktiven Zerfall. Dicke selbst bevorzugte damals das Modell eines oszillierenden Universums. Nur eine halbe Autostunde entfernt von Princeton arbeiteten zwei Physiker, Robert Wilson und Arno Penzias, in den Bell-Telephon-Laboratorien in Crawford Hill an Mikrowellenempfängern für die Kommunikation mit Satelliten. Sie benutzten eine 7 m Hornantenne und stießen dabei auf ein Rauschen, das seinen Ursprung nachweislich nicht in der Antenne hatte. Mehr durch Zufall hörten sie von den Arbeiten in Princeton, und nach einem Telefongespräch zwischen Penzias und Dicke besuchte die Arbeitsgruppe aus Princeton Crawford Hill. Aus dieser Kommunikation gingen 2 Publikationen hervor, die im gleichen Heft von *Astrophysical Journal* hintereinander erschienen: eine experimentelle von Wilson und Penzias, deren Schlußfolgerungen überaus vorsichtig und zurückhaltend formuliert waren und eine konzeptionelle Arbeit von Dicke und Peebles. Wenige Jahre später, 1978, erhielten Wilson und Penzias für ihre Entdeckung den Nobelpreis für Physik. In den folgenden Jahren wurde die Intensität der kosmischen Hintergrundstrahlung,

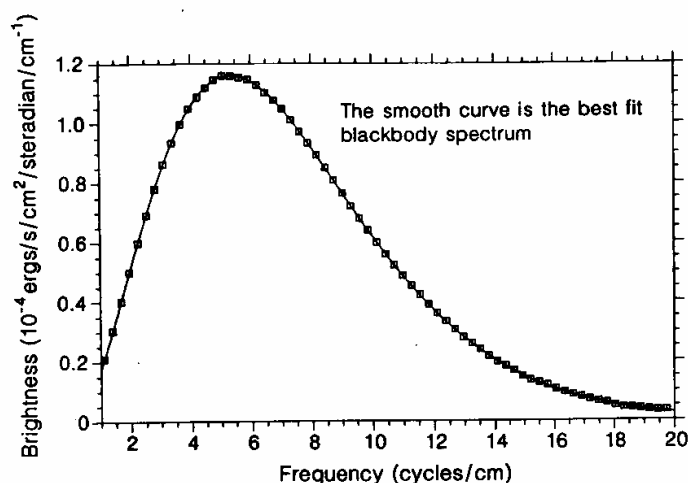


Fig. 6.2. Das erste Spektrum der kosmischen Hintergrundstrahlung, gemessen mit dem Far Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS) auf dem COBE-Satelliten. Es repräsentiert hervorragend das Spektrum eines Wärmestrahlers von 2,735 K .

wie sie hinfert genannt wurde, in unterschiedlichen Frequenzbereichen gemessen. Es ließ sich eine Temperatur der Strahlung von 2,7 K angeben und ein Verlauf der Strahlungskurve, die etwa einer Planck-Kurve entsprach.

6.2. Der COBE-Satellit.

Der Durchbruch kam mit dem Start des COBE-Satelliten (Cosmic Background Explorer). Der im „Goddard Space Flight Center“ der NASA entwickelte Satellit wurde am 18.11.1989 gestartet. Er trug 3 Instrumente: das „Diffuse Infrared Background Experiment“ (DIRBE) aktiv im Wellenlängenbereich von 1,24 - 240 μm zur Untersuchung des Strahlungshintergrunds von Sternen, Staub und Galaxien bis zu den frühesten kosmischen Zeiten, ein „Differential Microwave Radiometer“ (DMR) für einen Nachweis von Anisotropien und Inhomogenitäten der Strahlung mit einer Empfindlichkeit von 1 : 100 000 und das „Far Infrared Absolute Spectrometer“ (FIRAS), welches das Spektrum der Hintergrundstrahlung mit dem eines schwarzen Körpers vergleicht. Das erste Ergebnis war bereits eine Überraschung: die Hintergrundstrahlung war

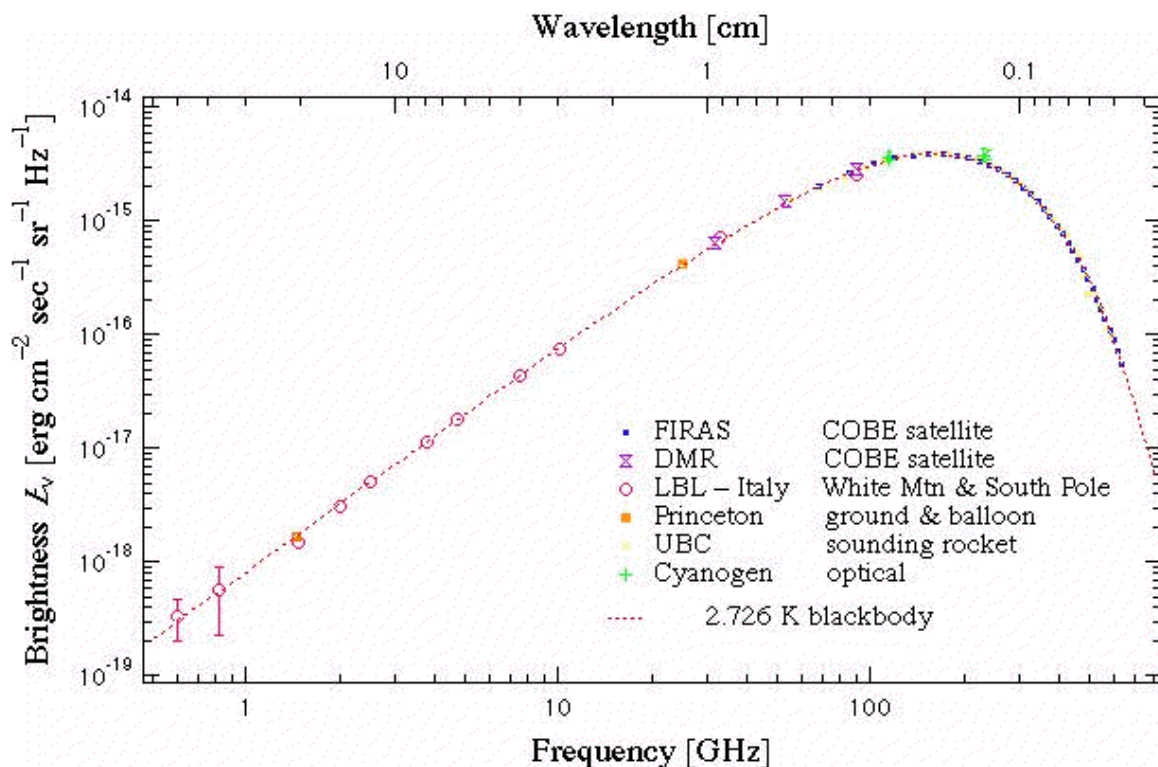


Fig. 6.3. Doppelt logarithmische Auftragung des Spektrums der kosmischen Hintergrundstrahlung gemessen mit den Instrumenten FIRAS und DMR auf dem COBE-Satelliten und ergänzt durch erdgebundene Messungen.

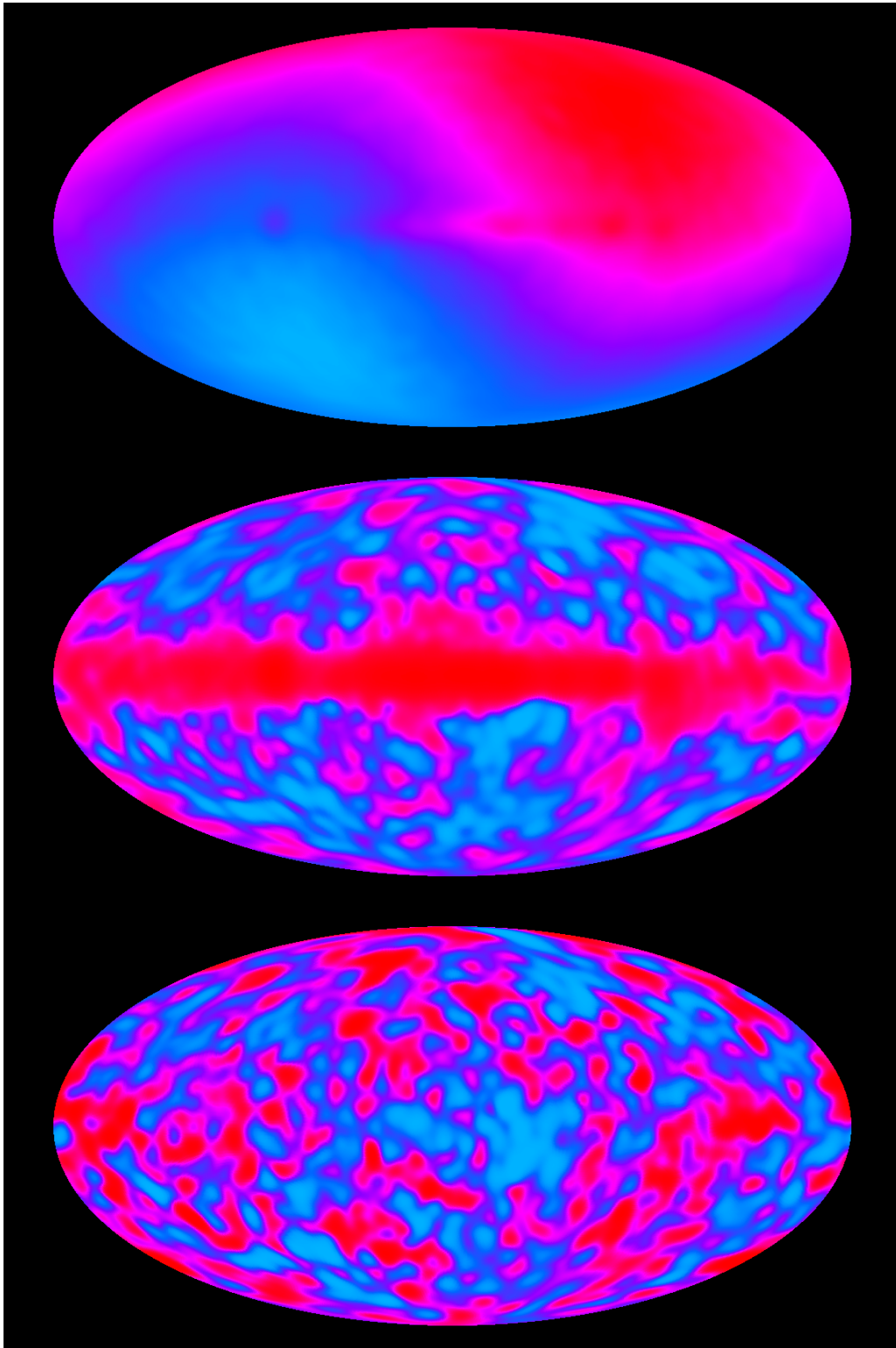


Fig. 6.4. $\Delta T/T < 10^{-4}$ farbkodiert als Maß für Isotropie und Homogenität der Hintergrundstrahlung. Oben: Dipolstruktur der Strahlung durch Bewegung Erde. Mitte: Der Dipolanteil wurde subtrahiert. Unten: Zusätzlich wurde der Anteil der Sterne und Galaxien subtrahiert.

ausserordentlich homogen und isotrop, ihr Spektrum deckt sich präzise mit dem eines schwarzen Körpers von 2,73 Kelvin (s. Fig. 6.2). Die folgenden

mehrjährigen Untersuchungen lieferten gegenüber den ersten Ergebnissen noch einmal Messwerte und eine Strahlungstemperatur von $T_0 = 2,725 \pm 0,002$ K (Fig. 6.3). Welche Aussagen machen die COBE-Messungen? Die Annahme eines heißen Plasmas im frühen Universum wird bestätigt. Die Tatsache, dass man das Spektrum einer idealen Planckkurve erhält, sagt uns, dass sich die Strahlung bei ihrer Entkopplung von der Materie im thermischen Gleichgewicht befand. Die Strahlung ist außerordentlich homogen, d.h. die Inhomogenitäten liegen in der Größenordnung $\Delta T/T \cong 10^{-5}$. Damit erweisen sich die Voraussetzungen, die wir im Kapitel 2 unter dem Namen „Kosmologisches Prinzip“ gemacht haben, für das frühe Universum in idealer Weise erfüllt.

Die Intensitätsverteilung über der Himmelskugel zeigt einen Dipolanteil. Es kommt dadurch zustande, dass wir uns auf der Erde nicht in einem Inertialsystem befinden. Die Erde bewegt sich gegenüber einem Bezugssystem, in welchem die Hintergrundstrahlung isotrop ist. Deshalb bildet sich die Bewegung der Erde im Kosmos in einem gemessenen Dipolanteil der Hintergrundstrahlung ab (s. Fig. 6.4 oben u. 6.6), welcher bei der Auswertung berücksichtigt werden muss. Es ist üblich, geringe Intensitätsunterschiede durch Abweichungen von der Temperatur der Planck-Kurve anzugeben $\Delta T/T$.

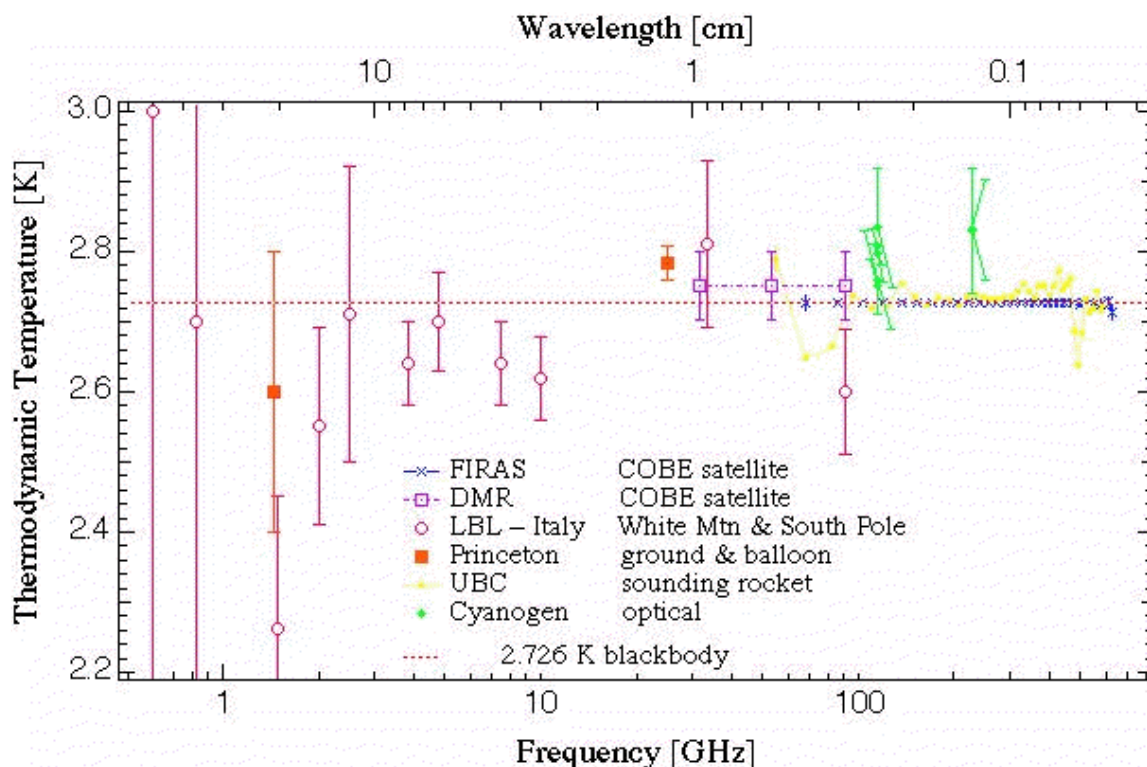


Fig. 6.5. Die Temperatur der Hintergrundstrahlung aus verschiedenen Messungen bestimmt, mit eingetragenen Meßfehlern.

Im bewegten Bezugssystem ist die Temperatur (s. dazu P.J.E. Peebles: Principles of Physical Cosmology, Princeton 1993) gegeben durch

$$T' = T \frac{1}{\gamma(1 - \frac{v}{c} \cos \theta')} = T \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta' + \frac{v^2}{c^2} (\cos^2 \theta' - \frac{1}{2}) + \dots \right) \quad (6.1)$$

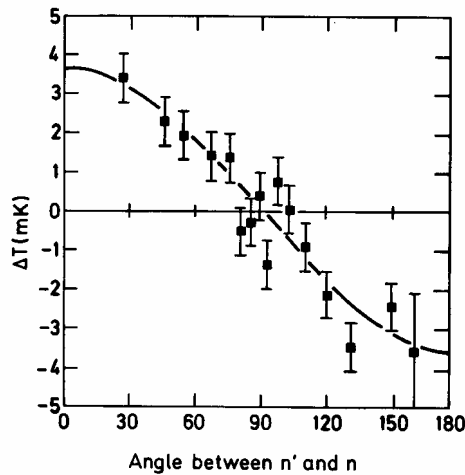


Fig. 6.6. Die Dipolanisotropie der Hintergrundstrahlung ist proportional zu $v/c \cdot \cos \theta$ und wird verursacht durch die Bewegung der Erde relativ zum Ruhesystem der CMB, in welchem die Strahlung isotrop ist.

Die COBE-Messungen geben für diese Bewegung eine Geschwindigkeit von $v = v_{\text{Sonne}} - v_{\text{CMB}} = 371 \pm 0,5 \text{ km/s}$ in Richtung der Koordinaten $\alpha = 11,2\text{h}$ und $\delta = -7^\circ$. Berücksichtigt man noch die Bewegung des Sonnensystems um das galaktische Zentrum, so berechnet sich daraus die Bewegung der lokalen Gruppe zu $627 \pm 22 \text{ km/s}$. Zur lokalen Gruppe rechnet außer unserer eigenen Galaxie auch die Andromeda-Galaxie (M 31), die Spiralgalaxie im Dreieck (M 33) und dazu auch eine größere Zahl unregelmäßiger Zwerggalaxien.

6.3. Die Skalierung von Temperatur und Strahlungskurve.

Nach der Entkopplung der Strahlung von der Materie bleibt die Planck-Kurve erhalten. Die Strahlungsenergie pro Volumen und Frequenzintervall ist

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu d\nu}{\exp \frac{h\nu}{kT} - 1} \quad (6.2)$$

Nach Integration über alle Frequenzen erhält man das bekannte Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$u = \int_0^{\infty} u(\nu) d\nu = a_B T^4 \quad (6.3)$$

mit
$$a_B = \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} = 7,56 \cdot 10^{-16} \text{ Joule} \cdot \text{m}^{-3} \text{K}^{-4} \quad (6.4)$$

Wegen Gl. 2.23 skaliert ν wie

$$\nu(t_0) = \nu(t) \frac{a_0}{a} \quad (6.5)$$

und

$$T(t_0) = T(t) \frac{a_0}{a} \quad (6.6)$$

Damit bleibt $h\nu/kT$ invariant, d.h. die Planck-Kurve Gl. 6.2 behält ihre Gestalt bei, nur der Vorfaktor skaliert wie $1/a^4$ (dabei wurde wieder $a_0 = 1$ gesetzt). Wir können jetzt auch das Verhältnis der Energien (Materie zu Strahlung) ausrechnen und durch die Rotverschiebung z von der Gegenwart zur Vergangenheit extrapolieren. Die Energiedichte der Strahlung ist

$$u_\gamma = a_B T^4 = 4,2 \cdot 10^{-14} (1+z)^4 \text{ Joule/m}^3 \quad (6.7)$$

oder u_γ/c^2 in g/cm^3

$$u_\gamma/c^2 = 4,7 \cdot 10^{-34} \text{ g/cm}^3$$

Das Verhältnis Energiedichte der Materie zur Strahlung beträgt

$$\frac{\rho_M c^2}{a_B T^4} = 4,0 \cdot 10^4 \Omega_M h^2 (1+z)^{-1} \quad (6.8)$$

wobei für den Faktor

$$\Omega_M h^2 = 0,15 \quad (6.9)$$

angesetzt wurde. Die Strahlungsdichte nimmt mit steigender Rotverschiebung stärker als die Materiedichte zu. Beide werden gleich bei etwa $(z+1) \approx 6 \cdot 10^3$ und einer Temperatur von $T_{\text{equ}} = 16\,500 \text{ K}$, wobei zur Materiedichte hier auch die „Dunkle Materie“ gerechnet wurde, d. h. $\Omega_M = 0,3$. (Beschränkung auf baryonische Materie s. unten). Interessant ist auch die Zahl der Photonen zur Zahl der Baryonen. Die Zahl der Photonen erhält man aus dem Integral

$$n(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{d\nu}{\exp\frac{h\nu}{kT} - 1} \quad (6.10)$$

Die Integration ergibt

$$n_\gamma = \frac{2,404}{\pi^2} \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 = 4,2 \cdot 10^8 (1+z)^3 \text{ Photonen/m}^3 \quad (6.11)$$

Andererseits gewinnen wir aus der kritischen Dichte ($m_P = \text{Protonenmasse}$)

$$n_B = \Omega_B \rho_c / m_P \quad (6.12)$$

Daraus folgt das Verhältnis der Baryonen zu den Photonen (mit $\Omega_B = 0,04$ und $h^2 = 0,5$)

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = 2,7 \cdot 10^{-8} \Omega_B h^2 = 6,1 \cdot 10^{-10} \quad (6.13)$$

das konstant ist und nicht mehr von z abhängt. Es bedeutet, dass auf ein Baryon etwa $1,5 \cdot 10^9$ Photonen kommen, ein Die Bedeutung dieses Ergebnis, dass wir im nächsten und übernächsten Kapitel noch diskutieren werden. Wir geben noch die Entropie S_γ des Strahlungsfelds an. Sie ergibt sich aus

$$dS_\gamma = \frac{du_\gamma}{T} = 4a_B T^2 dT \quad (6.14)$$

zu

$$S_\gamma = \frac{4}{3} a_B T^3 \quad (6.15)$$

Wir sehen, dass n_γ proportional zur Entropiedichte ist mit

$$S_\gamma = 3,6k \cdot n_\gamma \quad (6.16)$$

Die enorme Entropiedichte des kosmischen Strahlungsfelds ist schon ganz früh in der Plasmaphase entstanden. Darauf werden wir später noch einmal zurückkommen.

6.4. Entkopplung von Strahlung und Materie.

In Fig. 6.1. gibt es einen Punkt, an welchem die Energiedichte der Strahlung und der Materie übereinstimmen. Wir wollen diesen Punkt näher bestimmen und jetzt nur die baryonische Materie berücksichtigen. Es soll sein

$$\Omega_{r0} a^{-4} = \Omega_{M0} a^{-3} \quad (6.17)$$

oder

$$\frac{a_{eq}(t)}{a_0} = \frac{\Omega_{r0}}{\Omega_{M0}} = 1,63 \cdot 10^{-4} = \frac{T_0}{T_{eq}} = \frac{1}{6135} \quad (6.18)$$

Mit $\Omega_{r0} = 4,9 \cdot 10^{-5}$ und $\Omega_{M0} = 0,27$ erhält man $T_{eq} \cong 18600K$ und $z + 1 = 6135$. Aus Gl. 6.25 (s. unten) kann man die Zeit berechnen und erhält so 18 300 Jahre. Der Wert dürfte nur annähernd richtig sein, denn um $a(t)$ zu berechnen, müssten wir jetzt sowohl Ω_r als Ω_M berücksichtigen.

Die letzte Stufe bei der Bildung neutraler Atome ist die Vereinigung von Protonen und freien Elektronen zu neutralem Wasserstoff, $H^+ + e^- \rightarrow H^0$. Dieser Prozeß markiert das Ende der sogenannten Plasma-Periode. Unter Benutzung der Saha-Gleichung läßt sich die entsprechende Temperatur T_r bestimmen.

$$\frac{n_+ n_e}{n_H} = \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp - \chi_H / kT \quad (6.19)$$

n_+ , n_H und n_e bedeuten die Protonen-Dichte, Dichte des neutralen Wasserstoffs und der Elektronendichte. $\chi_H = 13,6eV$ ist die Ionisierungsenergie des Wasserstoffs. Wir dividieren beide Seiten durch die Gesamtzahldichte

$$n = n_+ + n_H \quad (6.20)$$

Wir erhalten unter Verwendung des Ionisationsgrads $x \cdot n = n_e = n_+$

$$\frac{n_+ n_e}{n_H n} = \frac{1}{n} \left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp - \chi_H / kT = \frac{x^2}{1-x} \quad (6.21)$$

Wir wollen die Temperatur bestimmen, bei welcher nur noch die Hälfte des Wasserstoffs ionisiert ist. Dann wird der Ionisationsgrad $x = 1/2$. Setzen wir noch

$$T = 2,728(1 + z) \quad (6.22)$$

und logarithmieren Gl. 6.19, so erhalten wir

$$\log(1/2) = 20,99 - \log\left[\Omega_{B0}h^2(1+z)^{3/2}\right] - 25050/(1+z) \quad (6.23)$$

Damit wird $z_r = 1360$ und die Rekombinationstemperatur $T_r \cong 3700$ K. Wann war dieser Zeitpunkt erreicht? Dazu berechnen wir die Evolutionszeit aus dem folgendem Integral, wobei in Gl. 5.13 und 5.14 nur noch Materie und Strahlung berücksichtigt wird

$$H_0 t = \int_0^a \frac{da}{\left[\Omega_{M0}a^{-3} + \Omega_{r0}a^{-4}\right]^{1/2}} \quad (6.24)$$

Daraus ergibt sich für die seit dem Anfang verflossene Zeit t

$$t = t_H \Omega_{M0}^{1/2} a_{eq} \left[\frac{2}{3} \left(1 + \frac{a}{a_{eq}}\right)^{3/2} - 2 \left(1 + \frac{a}{a_{eq}}\right)^{1/2} + \frac{4}{3} \right] \quad (6.25)$$

Mit der Hubblezeit $t_H = 4,38 \cdot 10^{17}$ s und $\Omega_{r0} = 4,9 \cdot 10^{-5}$ ergibt sich

$$t = 6,54 \cdot 10^{12} \cong 195000 \text{ Jahre}$$

Eine völlige Entkopplung von Strahlung und Materie wird erst erreicht sein, wenn die freie Weglänge der Photonen die Größenordnung von c/H_r erreicht. Die besten Werte für die Rotverschiebung bei der Entkopplung wurden von dem WMAP-Satelliten gemessen. Danach ist $z_c \cong 1100$ und die Zeit $t_c = 379\,000$ Jahre (nach Gl. 6.25 würde man 278 000 Jahre erhalten), wobei man berücksichtigen muss, dass die Entkopplung nicht plötzlich passiert sondern sich über einen längeren Zeitraum der kosmischen Expansion einstellt. Die Strahlung wird innerhalb des Plasmas an freien Elektronen gestreut, was eine Extinktion der Strahlungsintensität I verursacht

$$I = I_0 \exp(-k_s r) = I_0 \exp(-\tau)$$

Die optische Tiefe τ konnte WMAP aus der Polarisation der Hintergrundstrahlung zu $\tau = 0,09 \pm 0,03$ ermitteln.

6.5. Zusammenfassung

Die Mikrowellen-Hintergrundstrahlung ist eines der wichtigsten Fossile des heißen frühen Universums. Die Strahlung ist isotrop und homogen bis auf Fluktuationen der Temperatur von 10^{-5} . Sie entspricht außerdem sehr genau einer Planck-Kurve, was sie als Gleichgewichtsstrahlung ausweist. Hier sind noch einmal die wichtigsten Größen des CMB zusammengestellt:

$$T_0 = 2,725 \pm 0,002 \text{ K (WMAP)} \text{ und } T_0 = 2,728 \pm 0,002 \text{ K (COBE)}$$

$$\text{Photonendichte } n_\gamma = 410,4 \pm 0,9 \text{ cm}^{-3} \text{ (WMAP)}$$

$$\text{Baryon zu Photon Verhältnis } \eta = (6,1 \pm 0,25) \cdot 10^{-10} \text{ (WMAP)}$$

$$\text{Normierte Baryondichte } \Omega_B = 0,044 \pm 0,004 \text{ und } \Omega_B h^2 = 0,0224 \pm 0,0009$$

$$\text{Normierte Materiedichte } \Omega_M = 0,27 \pm 0,04 \text{ und } \Omega_M h^2 = 0,135 \pm 0,009$$

$$\text{Strahlungsdichte } aT_0^4 / c^2 = (4,68 \pm 0,009) \cdot 10^{-34} \text{ g/cm}^3 \text{ (WMAP)}$$

$$\text{Kritische Dichte } 1,88 \cdot 10^{-29} h^2 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Energiedichte der Strahlung } (4,17 \pm 0,01) \cdot 10^{-13} \text{ erg/cm}^3 = (4,17 \pm 0,01) \cdot 10^{-14} \text{ Joule/cm}^3$$

$$\text{Normierte Strahlungsdichte } \Omega_\gamma = (2,489 \pm 0,006) \cdot 10^{-5} h^{-2} \text{ (Der Faktor } h^2 \text{ stammt von der kritischen Dichte, durch welche dividiert wurde und welche nur bis auf diesen Faktor angegeben wurde)}$$

6.6. Literatur

Max Tegmark's Cosmology Library

<http://www.hep.upenn.edu/~max/cmb/experiments.html>

G. Börner : The Early Universe. 2nd Ed. Springer-Verlag 2003

P.J.E. Peebles: Principles of Physical Cosmology. Princeton Univ. Press 1993

A. Jones and A. Lasenby : The Cosmic Microwave Background. Living Reviews in Relativity. 1998-11

J.C. Mather et al. Astrophys. Journal. **345** L37 (1990)

D.N. Spergel et al. Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Three Year Results: Implications for Cosmology

<http://xxx.uni-augsburg.de/abs/astro-ph/0603449>