

## 14. Die Dunkle Energie.

### 14.1. Beschleunigte Expansion des euklidischen Raums.

Unter den Rätseln, welche uns die gegenwärtige Kosmologie stellt, ist die Dunkle Energie wohl das merkwürdigste und schwierigste. Wir schreiben dazu noch einmal die beiden Friedmann-Gleichungen (5.2) und (5.3) mit kosmologischer Konstanten  $\Lambda \neq 0$  für den euklidischen Fall  $\kappa = 0$  auf. Wir erhalten

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}(\varepsilon_M + \varepsilon_\Lambda) = H_0^2(\Omega_M + \Omega_\Lambda) \quad (14.1)$$

mit

$$\varepsilon_\Lambda = \frac{c^4}{8\pi G} \Lambda$$

und

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi g}{3c^2}(\varepsilon_M + 3p_M) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (14.2)$$

Zur Beschleunigung tragen alle Bestandteile der Energiedichte mit einem Druckterm bei. Wir schreiben deshalb die 2. Friedmann-Gleichung in der verallgemeinerten Form

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2} \sum_i (\varepsilon_i + 3p_i) \quad (14.3)$$

wobei die Summe über alle Beiträge zur Energiedichte läuft.

1) Dominiert normale oder dunkle Materie, d.h. ist  $p \ll \varepsilon_M$  und  $\varepsilon_\Lambda = 0$ , dann bleibt die rechte Seite von Gl. 14.2 negativ und die Beschleunigung ist negativ  $\ddot{a} < 0$ . Die Expansionsrate nimmt mit der Zeit ab.

2) Dominiert die Energiedichte der Strahlung, erhält man die

Zustandsgleichung  $p_r = \frac{1}{3}\varepsilon_r$ . Die rechte Seite von Gl. 14.2 wird  $-\frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon_r$  und

bleibt wieder negativ, d.h. es ist wieder  $\ddot{a} < 0$ .

3) Ist die Kosmologische Konstante ungleich Null  $\varepsilon_\Lambda \neq 0$  und  $\varepsilon_M = 0$ ,  $p = 0$ , dann erhalten wir

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon_\Lambda + 3p_\Lambda) \quad (14.4)$$

Aus dem Energie-Impuls-Tensor Gl. 5.6 entnehmen wir die ungewöhnliche Zustandsgleichung  $p_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$ . Damit wird Gl. 14.3

$$\frac{\ddot{a}}{a} = + \frac{8\pi G}{3c^2} \varepsilon_\Lambda \quad (14.5)$$

d.h.  $\ddot{a} > 0$  und die Expansion beschleunigt sich. Man hat  $\varepsilon_\Lambda$  die Bedeutung einer Vakuumenergie-Dichte gegeben und die Zustandsgleichung verallgemeinert (s. Gl. 5.8) auf

$$p_\Lambda = w\varepsilon_\Lambda \quad (14.6)$$

Damit die rechte Seite von Gl. 14.3 positiv bleibt, muss jedoch  $w < -\frac{1}{3}$  erfüllt sein. Die Vakuumenergie-Dichte ändert sich nicht mit der Expansion des Raums. Das jedenfalls legen die bisherigen Beobachtungen nahe. Während  $\varepsilon_M \propto a^{-3}$  und  $\varepsilon_r \propto a^{-4}$  bei einer Extrapolation zu früheren Zeiten schnell anwachsen, bleibt  $\varepsilon_\Lambda$  konstant. Mit den heutigen Werten  $\Omega_\Lambda = 0,73$  und  $\Omega_M = 0,27$  hat die Dichte der Materie  $\varepsilon_M$  bereits bei  $z \geq 0,32$  die Vakuumenergie-Dichte  $\varepsilon_\Lambda$  überholt, die kosmische Dynamik geht von der Acceleration in die Deceleration über. Will man  $w$  möglichst genau bestimmen, sollte  $z < 1,0$  sein. Im frühen Universum spielte deshalb die Dunkle Energie keine Rolle.

## 14.2. Der Leuchtkraftabstand („Luminosity Distance“)

Wir hatten den Leuchtkraftabstand  $d_L$  bereits in Kap. 5.2 eingeführt. Der Strahlungsstrom oder die Intensität  $I$  hängt mit der Leuchtkraft  $L$  des Objekts wie folgt zusammen

$$I = \frac{L}{4\pi d_L^2} \quad (5.20)$$

Für den Eigenabstand oder „comoving distance“ bedeutet das

$$d_L = \frac{d_c}{a(z)} = d_c(z+1) \quad (14.7)$$

Schließlich ist die Differenz der Helligkeiten (die physiologische Größen sind) mit dem Logarithmus aus dem Verhältnis der Intensitäten verknüpft. Wenn  $I_1 > I_2$  erhält man

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \frac{I_1}{I_2} \quad (14.8)$$

Wenn beide Quellen gleiche Leuchtkraft  $L$  haben, aber in verschiedenen Abständen zum Beobachter  $r_1 < r_2$  stehen, erhält man

$$m_1 - m_2 = -5 \cdot \log \frac{r_2}{r_1} \quad (14.9)$$

Wir wählen für  $r_1 = 10$  pc und machen die in diesem Abstand gemessene Helligkeit zur Referenz-Helligkeit. Sie heißt auch absolute Helligkeit und wird mit einem großen Buchstaben  $M$  bezeichnet. Mit  $m_1 = M$ ,  $m_2 = m$  und  $r_2 = d_L$  wird der Leuchtkraft-Abstand

$$m - M = 5 \cdot \log d_L - 5 \quad (14.10)$$

Wenn  $d$  nicht in pc sondern in Mpc (Megaparsec) gemessen werden soll, was bei Galaxien angemessen ist, wird aus Gl. 14.10

$$m - M = 5 \cdot \log d_L + 25 \quad (14.11)$$

Für kleine Rotverschiebungen kann man die Hubble-Formel benutzen

$$m - M = 5 \cdot \log z + 5 \log \left( \frac{c}{H_0} \right) + 25 \quad (14.12)$$

Für große Rotverschiebungen wird mit Gl. 14.7

$$m - M = 5 \cdot \log(z + 1) + 5 \log d_c + 25 \quad (14.13)$$

Hier tritt noch der mitbewegte, Abstand (comoving distance) auf, der für ein euklidisches Modell  $\Omega = \Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$  und wie folgt zu berechnen wäre

$$d_c = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \quad (14.14)$$

mit Gl. 5.14

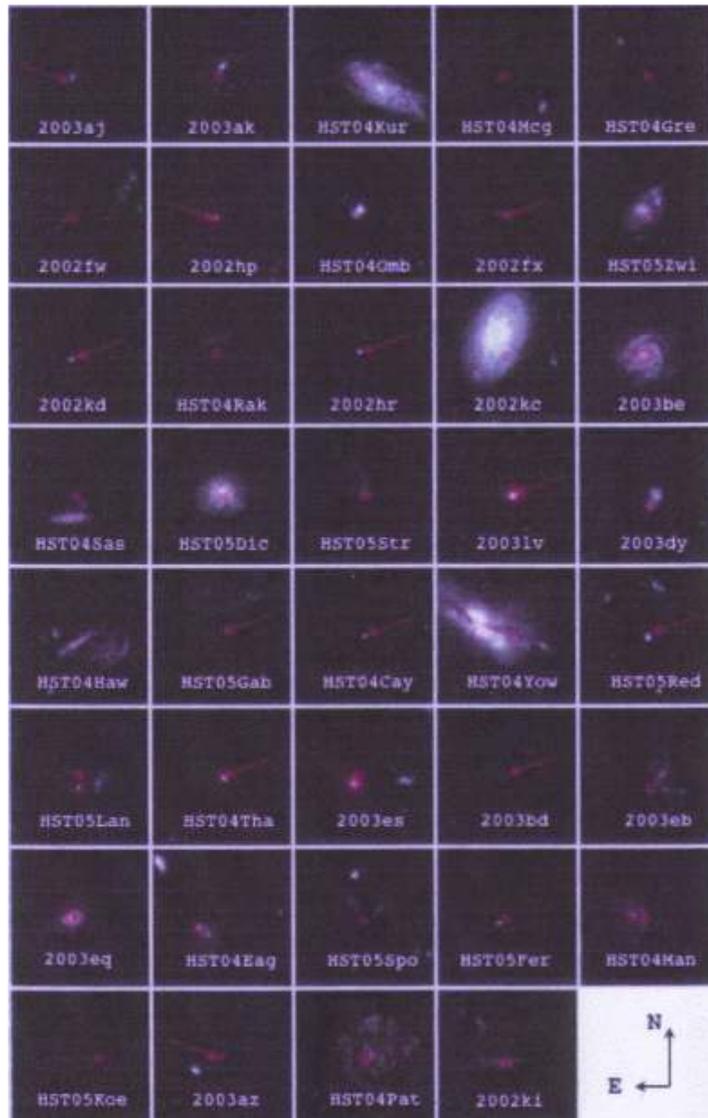
$$H(z) = H_0 \cdot E(z) = \sqrt{\Omega_M (z + 1)^3 + \Omega_\Lambda}$$

Dieser Ausdruck ergibt sich aus dem Koordinatenabstand  $r$ , dem mitbewegter Abstand in Beobachtungsrichtung (s. Gl. 3.29)

$$dr = \frac{cdt}{a(t)} = \frac{c}{H(t)} \frac{da}{a^2} = -\frac{c}{H(z)} dz \quad (14.15)$$

Es ist dann

$$d_c = \int_z^0 dr = \int_0^z \frac{c}{H(t)} dz \quad (14.16)$$

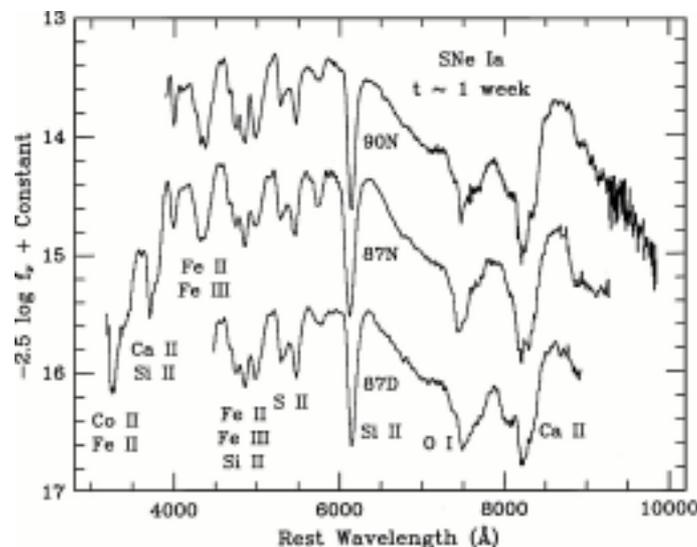


**Fig. 14.1. Farbbilder der Galaxien in welchen SNe gefunden wurden Die Aufnahmen wurden mit der „Advanced Camera for Survey“ am HST und folgenden Farbfiltern gemacht: F850LP, F606W und F435W. Nach A.G. Riess et al. , “New Hubble Space telescope Discovereis of Typ Ia Supernovae at  $z > 1$ : Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy” astro-ph/0611572.**

### 14.3. Sind SNIa wirklich ideale Standardkerzen?

Supernovae sind so seltene Ereignisse (etwa 3 pro Galaxie in 100 Jahren), dass nur wenige innerhalb unserer Nachbargalaxien bisher beobachtet wurden. Seitdem den Astronomen das HST und mehrer Großteleskope mit 8m Spiegeldurchmesser zur Verfügung stehen, können in einer Aufnahme viele Galaxien registriert werden (s. Fig. 14.1). Die Pionierarbeit ist vor allem zwei

Forschungsteams zu verdanken, dem „Supernova Cosmology Project“ (SCP) und der Gruppe um S. Perlmutter. Vergleicht man nun 2 entsprechende Aufnahmen in einem zeitlichen Abstand von 3 – 5 Wochen, so lassen sich Supernovae durch elektronische Subtraktion sichtbar machen. Etwa die Hälfte gehört zum Typ SNIa. Das Maximum der absoluten Größe liegt bei  $19,6 \pm 0,2$  mag. Das Modell einer SNIa geht von einem explodierenden weißen Zwerg aus (bestehend aus Kohlenstoff und Sauerstoff) in einem Doppelsternsystem, der durch Akkretion von Materie seines Begleiters die Chandrasekhar-Grenze von 1,4 Sonnenmassen erreicht hat. Zunächst muss die Akkretionsrate groß genug sein, um über lange Zeit ein kontinuierliches Wasserstoff-Brennen auf der Oberfläche des weißen Zwergs zu garantieren. Damit nimmt die Masse, die anfangs bei 0,7 Sonnenmassen liegen mag, stetig zu. Ist die Chandrasekhar-Masse erreicht, beginnt ein explosives Kohlenstoff-Brennen, das nach kurzer Zeit den Stern völlig zerstört. In den schnell nacheinander ablaufenden Kernprozessen ist vor allem  $^{56}\text{Ni}$  gebildet worden, dessen radioaktiver Zerfall über  $^{56}\text{Co}$  zu  $^{56}\text{Fe}$  die Energiequelle für das sichtbare Licht bildet, das wir beobachten. Weitgehend unbekannt bleiben die zeitliche Entwicklung des Doppelsternsystems, die Masse und Metallizität des Begleiters, die Asymmetrie der Explosion. Man war deshalb gezwungen ein empirisches Verfahren zu finden, um aus dem zeitlichen und spektralen Verhalten die maximale Helligkeit zu finden oder die gemessene Helligkeit zu korrigieren.

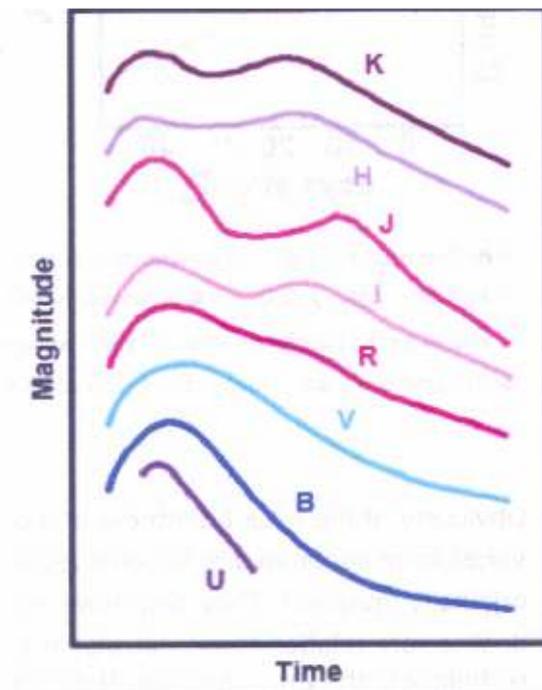


**Fig.14.2.** Die Spektren von 3 verschiedenen SN Ia jeweils etwa ein Woche nach dem Maximum aufgenommen.

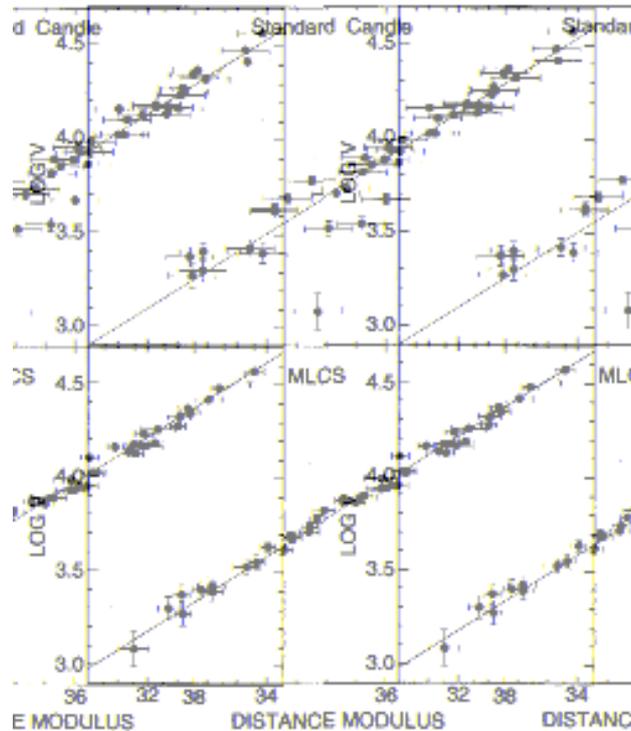
Zu den ersten Korrekturen gehört die so genannte K-Korrektur, die sich aus der Rotverschiebung des Spektrums gegenüber dem benutzten spektralen Fenster ergibt. Eine nächst wichtige ist die Korrektur der Absorption durch Staub innerhalb der Gastgalaxie. Staub führt zu einer Streuextinktion des Lichts, die

sich kontinuierlich über das ganze Spektrum verteilt, aber den blauen Teil stärker dämpft als den roten.

Wie wird eine SNIa erkannt und von Core-Collapse-SNe unterschieden? Im Spektrum einer SN Ia fehlt Wasserstoff, und es zeigt sich, bezogen auf das Ruhesystem, eine starke Si II –Absorption bei  $6150\text{\AA}$  (s. Fig. 14.2). Bei Rotverschiebungen  $z > 0,4$  liegt diese Absorption aber schon außerhalb des Empfindlichkeitsbereichs der CCD-Platte. Man benutzt deshalb die Absorptionen S II bei  $5500\text{\AA}$ , Si II bei  $4000\text{\AA}$  und Fe II bei  $4500\text{\AA}$  und  $5100\text{\AA}$ . Zur Korrektur der maximalen Helligkeit wird vor allem die Breite des Maximums und der zeitliche Abfall der Lichtkurve, bezogen auf das Ruhesystem benutzt, was eine sorgfältige Nachbeobachtung der SN Ia mit terrestrischen Teleskopen notwendig macht. Daneben nutzt man auch die Lichtkurven in verschiedenen spektralen Fenstern



**Fig. 14.3.** Die Lichtkurve einer SNIa aufgenommen mit verschiedenen spektralen Filtern: U =  $3650\text{\AA}$ , B =  $4400\text{\AA}$ , V =  $5500\text{\AA}$ , R =  $6400\text{\AA}$ , I =  $7900\text{\AA}$ ; J,H,K infrarote Filter)



**14.4. Hubble-Diagramm für relativ nahe SNIa. Aufgetragen wurde  $\log cz$  gegen  $m - M$  siehe dazu Gl. 14.12. Entnommen aus Peter Schneider: Extragalactic Astronomy and Cosmology. Springer Verl. 2006.**

(multi color light curve shape = MLCS) s. dazu Fig. 14.3. Diese Korrekturmethode wurden an möglichst nahen SNe ausgearbeitet. Ein Beispiel dazu zeigt Fig. 14.4. Während die Streuung oder Dispersion  $\sigma$  der Messpunkte (= Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung) in der unkorrigierten Auftragung 0,42 mag ist, lässt sie sich in der 2. Auftragung durch die Korrekturen auf  $\sigma = 0,15$  mag reduzieren. Aber auch damit gibt man sich noch nicht zufrieden. So werden einerseits Modellrechnungen vorangetrieben, andererseits sucht man nach Korrelationen zur Entwicklungszeit des Doppelsternsystems und zur Umgebung, d. h. zur Morphologie und zum Alter der Gastgalaxie zu finden.

Da die Daten teilweise mit dem HST und teilweise mit terrestrischen Großteleskopen aufgenommen wurden und oft so lichtschwach sind, dass die spektrale Charakterisierung nur unbefriedigende Resultate zeigt, wurden die SNIa-Ereignisse nach ihrer Qualität in Gold, Silber und Bronze klassifiziert (fig. 14.5).

Bei der Auswertung der Messpunkte hat es sich als sinnvoll herausgestellt, wenn Vorgaben (constraints) gemacht werden. So wird i.a. Euklidizität, d. h.  $\Omega = 1,00$  vorausgesetzt, die innerhalb von Prozenten aus der Fluktuation der Hintergrundstrahlung bestimmt wurde.

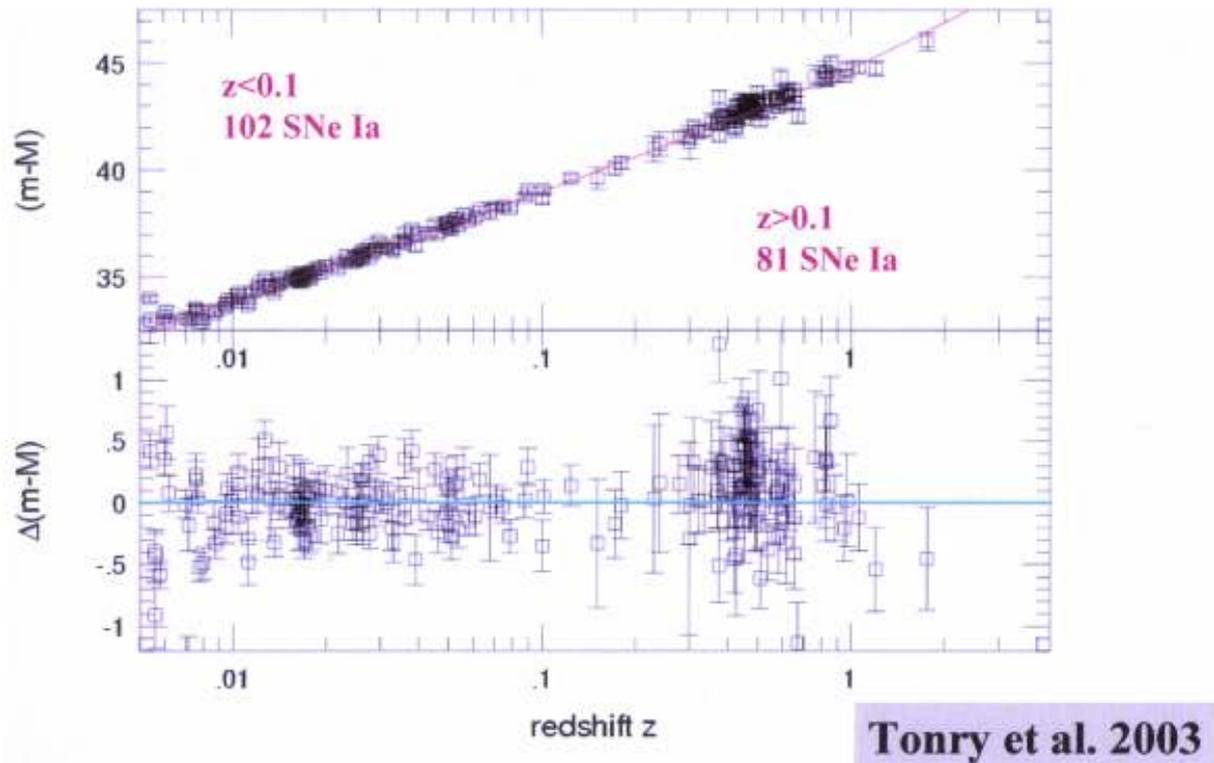
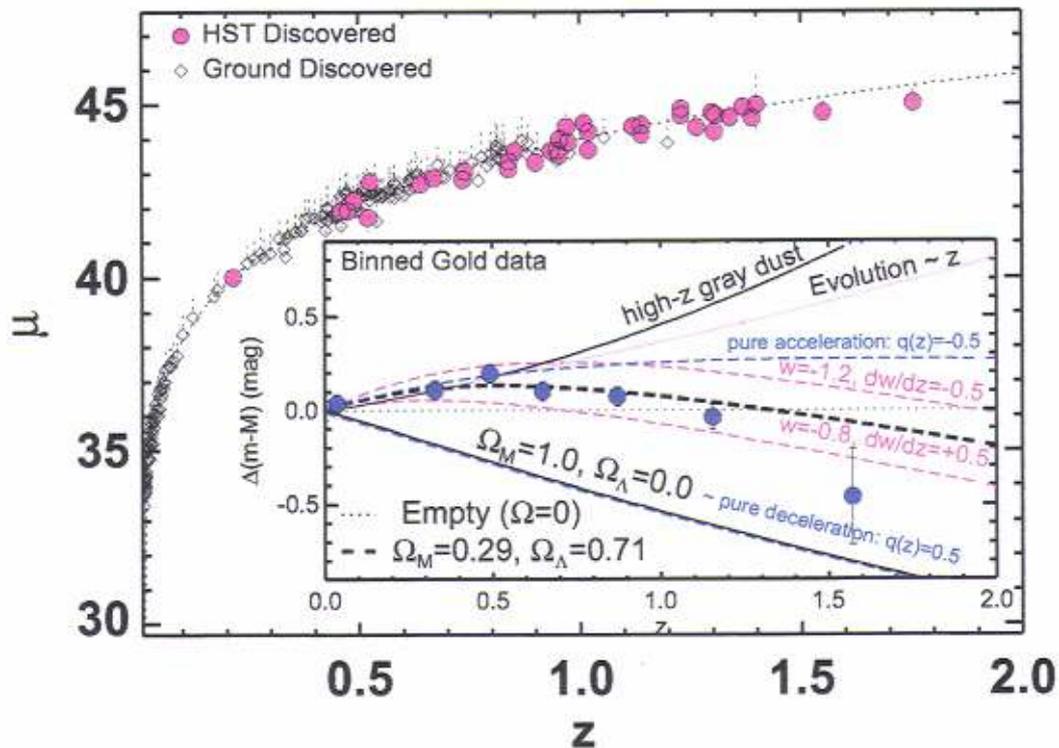


Fig. 14.5. Es ist der Entfernungsmodul ( $m - M$ ) gegen die Rotverschiebung  $z$  von insgesamt 183 SN Ia aufgetragen und eine gerechnete Kurve nach Gl. 14.13 und 14.14 angepasst, wobei die Vorgabe  $\Omega = 1$  gemacht wird. Im unteren Teil der Figur finden sich die Abweichungen  $\Delta(m - M)$  von der „best fit“-Kurve als Funktion von  $z$ .



**Fig. 14.6. Auftragung des Entfernungsmoduls  $\mu = (m - M)$  gegen  $z$  in linearem Maßstab. Das Fenster vergleicht die gemessene Kurve (mittlere gestrichelte Kurve) mit den gerechneten für  $w = -1,2$  und  $-0,8$ . Danach ist  $w = -1,0$  bis  $z = 2$  immer noch ein guter Wert. Nach A.G. Riess et al., "New Hubble Space telescope Discoveries of Typ Ia Supernovae at  $z > 1$ : Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy" astro-ph/0611572.**

Eine gegenwärtig heiß diskutierte Frage ist das Verhalten der Zustandsgleichung der Dunklen Energie, d. h. also von  $w$ . Wie aus der Fig. 14.6 zu sehen ist, passt der Wert  $w = -1,0$  bis  $z = 2$  auch zu den neueren Werten recht gut.

Als ein interessantes Zukunftsprojekt hat sich ein internationales Netzwerk beobachtender Astronomen unter dem Namen „Dark Energy Survey Collaboration“ gebildet, welche die Dunkle Energie mit 4 verschiedenen sich teilweise ergänzenden Techniken weiter untersuchen wollen. Dazu soll am Südhimmel ein Gebiet von 5000 Quadrat-Winkelgrad einer Tiefenuntersuchung im nahen Infraroten unterzogen werden. Es wird 1) die Evolution von Galaxiencluster untersucht auch unter Anwendung des Sunyaev-Zeldowich-Effekts, 2) wird eine Tomographie der Massenverteilung unter Ausnutzung schwacher Gravitationslinseneffekt (weak lensing) vorgenommen. Dazu kommen 3) die Winkelkorrelation von Galaxien und 4) die Beobachtung von SNe Ia.

## 14.4. Wie plausibel ist eine kosmologische Konstante.

### 14.4.1. Vakuumenergie als Nullpunktenergie der Quantenfelder.

Ein skalares relativistisches Quantenfeld  $\varepsilon_n(k)$  kann als eine Summe harmonischer Oszillatoren  $\hbar\omega(k)$  beschrieben werden, wobei jeder Oszillator eine Nullpunktenergie  $\varepsilon_0 = 1/4\pi \cdot \hbar\omega$  beiträgt und

$$\omega(k) = \sqrt{c^2 k^2 + 4\pi^2 m^2 c^2 / \hbar^2} \text{ ist.} \quad (14.17)$$

Um die gesamte Nullpunktenergie des Felds

$$E_0 = \sum_{kj} \hbar\omega_k / 4\pi \quad (14.18)$$

abzuschätzen, denken wir uns das System in einen Würfel mit der Kantenlänge  $L$  eingeschlossen und dem Volumen  $L^3$ . Die Beträge der  $k$ -Vektoren nehmen die Werte  $k = L/n$  an mit  $n = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$ . Wir ersetzen die Summe durch ein Integral über den  $k$ -Raum

$$E_0 = \frac{\hbar L^3}{4\pi} \int_0^{k_{\max}} \frac{\omega}{(2\pi)^3} d^3 k \quad (14.19)$$

wobei  $k_{\max} \gg 2\pi m/\hbar$  ein maximaler Wellenvektor ist. Die Dichte der Vakuumenergie wird dann

$$\rho_V = \frac{E_0}{L^3} = \frac{\hbar k_{\max}^4}{32\pi^3} \quad (14.20)$$

Wir geben  $k_{\max}$  den denkbar größten Wert, wenn es Planckgröße erreicht  $k_{\max} = 2\pi/l_{Pl}$  mit  $l_{Pl} = (G\hbar/c^3)^{1/2} = 1,61 \cdot 10^{-33}$  cm und  $E_{Pl} = 1,22 \cdot 10^{28}$  eV (s. dazu auch Kap. 10.1). Damit gerät  $\rho_V$  in die Größenordnung der Planckdichte von  $5,2 \cdot 10^{96}$  kg/m<sup>3</sup> oder als Energiedichte  $\rho_V c^2 = 4,5 \cdot 10^{113}$  Joule/m<sup>3</sup>. Dagegen ist die kritische kosmische Dichte  $\rho_c = 9,6 \cdot 10^{-27}$  kg/m<sup>3</sup> oder  $1,0 \cdot 10^{-11}$  Joule/m<sup>3</sup>. Beide Größen unterscheiden sich durch einen Faktor  $10^{122}$ . Selbst wenn wir  $k_{\max}$  wesentlich kleiner gewählt hätten (z. B. im Bereich der starken Wechselwirkung), wären wir immer noch auf einen Faktor  $10^{44}$  gekommen. Offensichtlich spielt die Vakuumenergie der Teilchenfelder in der Kosmologie keine Rolle. Vielleicht liegt tatsächlich Supersymmetrie vor. Aber warum ist dann nicht  $\Omega_\Lambda = 0$ ?

### 14.4.2. Skalare Felder

Viele Autoren haben versucht, die Dunkle Energie aus einem skalaren Feld abzuleiten, ähnlich dem Inflatonfeld, das wir in Kap. 10 skizziert haben (s. dazu Copeland et al.). Der Impuls und die Dichte sind zeitabhängig

$$\rho(t) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad \text{und} \quad p(t) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (14.20)$$

Es wird dann  $w$  der Koeffizient der Zustandsgleichung

$$w = \frac{1 - 2V/\dot{\phi}^2}{1 + 2V/\dot{\phi}^2} \quad (14.21)$$

Wenn  $V$  die dominierende Größe ist, wird  $w \approx -1$ . Ist  $w > -1$ , wird es zeitabhängig. Die Beobachtungen zeigen bisher bis zu etwa  $z \approx 2$  keine Abhängigkeit von  $z$ . Auf der anderen Seite hat man beliebig viel Freiheit,  $V$  so zu wählen, dass z.B. die Hubble-Funktion  $H(t)$  reproduziert wird. Damit sind aber solche Modelle ad-hoc-Ansätze mit wenig Vorhersagekraft.

Anstatt eines Felds kann auch ein Ansatz mit zwei skalaren Feldern versucht werden, wobei eine Wechselwirkung der Felder hinzugenommen wird. Hierdurch vergrößert sich die Zahl der freien Parameter, was durch zusätzliche Randbedingungen z. B. Einführung einer „holographischen“ Bedingung (s.dazu 14.4.4) kompensiert werden kann. Zusätzlich ist in fast allen Modellen ein „fine tuning“ notwendig, um genau den heute gemessenen Wert von  $\Omega_\Lambda = 0,7$  zu reproduzieren. Die Ansätze bleiben unverbindlich, weil es für sie keine hinreichend begründete Notwendigkeit gibt.

### 14.4.3. Vakuum Fluktuationen

R. Sorkin, der Quantengravitation mit der Methode der „kausalen Mengen“ behandelt hat, weist darauf hin, dass sich eine kosmologische Konstante aus der Fluktuation der 4dim. Raumzeit ergeben könnte. Samuel und Sinha verfolgen diese Idee weiter und entwickeln eine Analogie zur Physik klassischer Kontinua. Aus dem Horizont der Kosmologie wird so die Oberfläche einer Membran, deren Oberflächenspannung untersucht wird.

Eine ähnliche Idee verfolgt Padmanabhan auf einem etwas anderen Weg. Er betrachtet Dichtefluktuationen innerhalb des Horizonts und beachtet dabei, dass der cut-off bei hohen Energien (UV-cut-off) und der bei niedrigen Energien (IR-

cut-off) nicht unabhängig voneinander sind. Diese Beziehung ergibt sich aus dem holographischen Prinzip.

#### 14.4.4. Holographisches Prinzip

Das holographische Prinzip stellt folgende Behauptung auf: Die gesamte Information über die Raumzeit kann auf einer bestimmten Oberfläche (genannt „holographic screen“) so gespeichert werden, so dass die Gesamtzahl der Freiheitsgrade auf der Oberfläche die Bekenstein-Hawking-Grenze (das ist die Zahl der Freiheitsgrade auf dem Ereignishorizont eines schwarzen Lochs) nicht überschreitet. Da maximal je ein Freiheitsgrad auf ein Flächenelement von der Größe des Quadrats der Plancklänge  $l_p^2$  fällt, kann man die maximale Zahl der Freiheitsgrade  $N_{max}$  auf der Oberfläche  $A$  eines 3-dim. Raumes wie folgt ausdrücken

$$N_{max} = \frac{1}{4} \frac{A}{l_p^2} = \pi \frac{L^2}{l_p^2} \quad (14.22)$$

Hier ist  $l_p$  die Plancklänge und  $L$  der Radius der sphärisch angenommenen Oberfläche. Der Vorfaktor  $1/4$  wurde von Hawking abgeleitet. Um die Zahl der Freiheitsgrade  $N$  von Materie und Strahlung zu begrenzen, nehmen wir eine minimale Länge oder Abschneidelänge  $l > l_p$  an. Dann ist

$$N \approx l^{-3} \cdot L^3 \quad (14.23)$$

Das holographische Prinzip (hP) fordert nun

$$N < N_{max} \quad (14.24)$$

In der Kosmologie kann man  $L$  gleich der Horizontlänge  $L_H$  setzen. Die Ungleichung

$$l^{-3} L < l_p^{-2} \quad (14.25)$$

zeigt, dass man eine kleinste Abschneide-Länge (UV cut-off) nicht unabhängig von einer größten Länge (IR cut-off) setzen kann.

Da in der gegenwärtigen Epoche der kosmologischen Entwicklung  $\Omega_\Lambda$  der größte Term in der Energie/Materiedichte ist, können wir näherungsweise von einem 3dim. deSitter-Raum ausgehen. Es wird dann

$$a(t) = C \exp \frac{t}{\tau} \quad (14.26)$$

mit

$$\tau^{-1} = c \left[ \frac{\Lambda}{3} \right]^{1/2} = H_0 \Omega_\Lambda^{1/2} \quad (14.27)$$

Wir sehen, dass  $\Lambda^{-1}$  ungefähr dem Quadrat der Hubblelänge gleich ist

$$\Lambda^{-1} \approx c^2 H_0^{-2} \quad (14.28)$$

Wir können also ohne weiteres in Gl. 14.25  $L = \Lambda^{-2}$  setzen und darüber spekulieren, was passiert, wenn wir von 14.25 zu einer Gleichung übergehen, indem wir anstelle von  $l_p$  einfach  $l$  setzen. Wir erhalten

$$\Lambda \cdot l^2 = 1 \quad (14.29)$$

Für  $l$  ergäbe sich so  $l \approx 2 \cdot 10^{-29}$  cm, gewiss kein unsinniges Ergebnis. Man beachte aber, dass 14.25 eine Ungleichung ist, welche die Wahl von  $l$  innerhalb gewisser Grenzen frei läßt. Es finden sich in der Literatur verschiedene Anwendungen vom hP. Miao Li z. B. setzt das holographische Prinzip bereits in die Friedmann-Gl. ein und läßt einen Parameter frei. Er leitet eine Differentialgleichung zur Bestimmung von  $\Omega_\Lambda$  her, setzt dort schließlich den freien Parameter gleich eins, um am Ende einen Ausdruck für  $w$  abzuleiten, das eine Abhängigkeit von der Rotverschiebung  $z$  bekommt, allerdings im Widerspruch zur Beobachtung.

#### 14.4.5. Modelle basierend auf der Stringtheorie.

Die Stringtheorie gilt heute als ein Anwärter auf eine „Theorie for Everything“. Sie ist eine relativistische Quantenfeldtheorie, in welcher die Teilchen keine Punkte sondern eindimensional Gebilde sind, die sich mit der Zeitdimension (1 + 1)-dimensional in einer Fläche („sheet“) darstellen lassen. Zwischen Bosonen- und Fermionenfelder besteht Supersymmetrie. Die Superstrings benötigen allerdings 10 Raumdimensionen. Alle bekannten Wechselwirkungen finden sich wieder, einschließlich der Gravitation. Um von den 10 Raumdimensionen auf 3 oder 4 zu kommen, ist eine Strategie zur Kompaktifizierung der nicht beobachteten Raumdimensionen nötig. Die Stringtheorie erscheint mit ihren vielen Möglichkeiten zur Modellbildung außerordentlich vielseitig und flexibel. Es wurden eine Reihe von Modellen entwickelt, die zu mindest teilweise die Beobachtungen wiedergeben. Ein viel beachtetes Beispiel ist das zyklische kosmologische Modell von Steinhardt und Turok, das gewisse Eigenschaften des kosmologischen Standardmodells aufweist. Allerdings hielt es einer strengen Prüfung durch die Ergebnisse nach 3 Jahren WMAP-Messungen nicht stand (zumindest nicht in seiner ursprünglichen Form).

Es gibt aber darüber hinaus auch noch grundsätzliche Einwände gegen Modelle aus der String- oder Membrantheorie. Die Theorie gilt einerseits als nicht ausreichend verstanden und andererseits hat sie keinen eindeutigen Grundzustand. Oder anders ausgedrückt, es gibt außerordentlich viele Grundzustände ( $10^{500}$ ), je nachdem wie man die Kompaktifizierung vornimmt.

Einige namhafte Kosmologen (Susskind, Linde, Vilenkin) versuchen nun aus dieser Not eine Tugend zu machen. Sie gehen davon aus, dass unser Universum nicht das einzig mögliche ist und dass die Kosmologie ein Multiversum in den Blick bekommen muss (wofür es bisher aber keine ausgearbeitete Methode gibt). Während der Inflation rollt das System aus einem „falschen“ Vakuum langsam in ein Potentialminimum. In der String/Membrantheorie liegt nun eine Potentialfläche oder Landschaft in einem mehrdimensionalen Raum von (Moduli-)Feldern mit ganz verschiedenen Minima vor (genannt „landscape“). Je nachdem in welches Minimum das System abrollt, ist damit eine Entscheidung über das entstehende Universum, seine Felder und die Größe seiner Wechselwirkungen gefallen. Damit sind nicht nur die Felder und ihre Wechselwirkungen Produkte des Zufalls sondern im Speziellen auch  $\Omega_\Lambda$ .

Hier erscheint wieder die anthropische Argumentation, die hervorhebt, dass wir in einem ganz speziellen Universum leben. Ohne diese speziellen Randbedingungen gäbe es uns nicht, eine Feststellung, die eher trivial ist. Weniger trivial ist die Behauptung, dass nach der Physik (genauer nach der Stringtheorie) andere Universen möglich sind und dass eben die speziellen Randbedingungen unseres Universums im Lichte der Kosmologie zufällig sind. Der Leser wird aus alledem den korrekten Eindruck mitnehmen, dass das Problem der Dunklen Energie ungelöst geblieben ist und vielleicht sogar unlösbar bleibt.

## 14.5. Literatur

L. Perivolaropoulos, Accelerating Universe: Observational Status and Theoretical Implications. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0601014>

P. Astier et al., The Supernova Legacy Survey: Measurements of  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  and  $w$  from First Year Data Set. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0510447>

A.G. Riess et al., New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at  $z > 1$  : Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0611572>

W. Hillebrandt and J.C. Niemeyer, Type Ia Supernova Explosion Models. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0006305>

Dark energy Survey Collaboration

[https://www.darkenergysurvey.org/the-project/survey\\_documents/](https://www.darkenergysurvey.org/the-project/survey_documents/)

E.J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, Dynamics of Dark Energy.

<http://arxiv.org/abs/hep-th/0603057>

R. Sorkin, Causal Sets, Discrete Gravity. Notes for the Valdivia Summer School. Jan 2002. <http://arxiv.org/abs/gr-qc/0309009>

J. Samuel and S. Sinha, Surface Tension and the Cosmological Constant.

<http://arxiv.org/abs/cond-mat/0603804>

M. Li, A Model of Holographic Dark Energy. <http://arxiv.org/abs/hep-th/0403127>

T. Padmanabhan, Vacuum Fluctuations of Energy Density can lead to the observed Cosmological Constant. <http://arxiv.org/abs/hep-th/0406060>

P.J. Steinhardt and N. Turok, A Cyclic Model of the Universe. Science (14 May 2002) Vol. 296, p. 1436

L. Susskind, The Anthropic Landscape of String Theory

<http://arxiv.org/abs/hep-th/0302219>

L. Susskind, The Cosmic Landscape. String Theory and the Illusion of Intelligent Design. Little, Brown and Company New York 2005

A. Linde, Sinks in the Landscape, Boltzmann Brains, and the Cosmological Constant Problem. <http://arxiv.org/abs/hep-th/0611043>