

Ausbildungsseminar Wetter und
Klima
WS 09/08



Luftdruck und Ausgleichsdynamik:
Horizontal

Sebastian Pfaller

29. Oktober 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	4
2.1	Rotierte Bezugssysteme	4
2.2	Kinematik von Flüssigkeiten	5
2.2.1	Deformationstensor	6
2.2.2	Tensor der Relativbewegung	6
2.2.3	Spannungstensor	7
2.2.4	Die Navier-Stokes-Gleichung	7
3	Horizontale Luftbewegungen	10
3.1	Corioliskraft	10
3.1.1	Geostrophischer Wind	12
3.1.2	Abschätzung der Windgeschwindigkeit	12
3.1.3	Barokline Winde	14
3.2	Reibungskraft	16
3.2.1	Abschätzung der Reibungskraft	16
3.3	Divergenz und Konvergenz	17
3.4	Turbulenzen	17

1 Einleitung

In diesem Vortrag soll die durch die vertikalen Druckunterschiede entstehende Ausgleichsdynamik behandelt werden. Sie sind wichtig für alle in der Atmosphäre herrschenden vertikalen Winde. Hier wird speziell auf die Erdrotation und der daraus folgenden Effekte eingegangen, vor allem aber auf die Corioliskraft, die für die Ablenkung der Winde verantwortlich ist. Des Weiteren wird die Navier-Stokes-Gleichung hergeleitet, deren Lösung die Kinematik von Luft beschreibt. Sie kommt ursprünglich aus der Strömungsmechanik von Fluiden, lässt sich aber auch auf Luftströmungen anwenden. Diese Theorie soll als physikalische Basis für die darauf eher schematisch beschriebenen Effekte dienen.

2 Theorie

2.1 Rotierte Bezugssysteme

Da es sich bei Ausgleichsvorgängen in der Atmosphäre um großräumige Vorgänge handelt, kann die Tatsache, dass die Erde ein sich rotierendes Bezugssystem ist, nicht länger vernachlässigt werden. Die dabei auftretende Corioliskraft spielt eine bedeutende Rolle bei horizontalen Luftbewegungen. Deshalb möchte ich nochmal kurz die allgemeine Theorie sich rotierender Bezugssysteme wiederholen, um sie danach auf Ausgleichsphänomene in der Atmosphäre anzuwenden.

Möchte man als außenstehender Beobachter sich die Bewegung eines Körpers in einem rotierten Bezugssystem anschauen, so stellt man fest, dass die Bewegung sich in zwei Komponenten zerlegen lässt:

- körpereigenes Bezugssystem (Index K)
- rotiertes Bezugssystem (Index Rot)

Sei \vec{G} ein beliebiger Vektor, dann lässt sich eine infinitesimale Bewegung im Inertialsystem (Index I) folgendermaßen beschreiben:

$$\begin{aligned} \left(d\vec{G} \right)_I &= \left(d\vec{G} \right)_K + \left(d\vec{G} \right)_{Rot} \\ &= \left(d\vec{G} \right)_K + \underbrace{d\vec{\Omega} \times \vec{G}}_{\text{infinitesimale Drehung}} \end{aligned}$$

Die zeitliche Änderung des Vektors ist dann gegeben als:

$$\left(\frac{d\vec{G}}{dt} \right)_I = \left(\frac{d\vec{G}}{dt} \right)_K + \vec{\omega} \times \vec{G} \quad (2.1)$$

Wobei $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\Omega}}{dt}$ die Winkelgeschwindigkeit ist.

Nun kann man die soeben hergeleitete Gleichung auf einen Ortsvektor (im Bezugssystem der Erde, gekennzeichnet durch den Index E) \vec{r} eines in der Atmosphäre bewegten Teilvolumens anwenden und erhält den Geschwindigkeitsvektor \vec{v}_I im Inertialsystem:

$$\vec{v}_I = \vec{v}_E + \vec{\omega} \times \vec{r}$$

Erneute Anwendung der Gleichung 2.1 liefert:

$$\left(\frac{d\vec{v}_I}{dt}\right)_I = \left(\frac{d\vec{v}_I}{dt}\right)_E + \vec{\omega} \times \vec{v}_I$$

Explizites Einsetzen von \vec{v}_I liefert die gewünschte Gleichung für die effektive Beschleunigung, wie wir sie auf der Erde beobachten. Sie setzt sich aus der Beschleunigung im Inertialsystem und den beiden auftretenden Scheinkräften zusammen:

$$\overbrace{\left(\frac{d\vec{v}_E}{dt}\right)_E}^{\text{effektiv}} = \left(\frac{d\vec{v}_I}{dt}\right)_I - \underbrace{2(\vec{\omega} \times \vec{v}_E)}_{\text{Coriolis-Beschleunigung}} - \overbrace{\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}^{\text{Zentrifugalbeschleunigung}} \quad (2.2)$$

Es ist insofern sinnvoll an dieser Stelle nicht von Kräften zu sprechen, als die Bewegung von Luftmassen nicht als die eines Partikelchens aufgefasst werden kann. Vielmehr muss hier die Kontinuumsmechanik herangezogen werden.

2.2 Kinematik von Flüssigkeiten

Möchte man die Kinematik von Flüssigkeiten beschreiben, kann man nicht mehr allein die Mechanik von Partikelchen verwenden, sondern man geht in die sogenannte *Kontinuumsmechanik* über. An die Stelle des *Partikelchens* tritt ein kleines Teilvolumen, das durch eine sog. "material coordinate" $\vec{\xi} = (x_0, y_0, z_0)$ charakterisiert ist. Die Größe eines solchen Volumens ist so gewählt, dass sie im Rahmen der Hydrodynamik als ein „Flüssigkeitspunkt“ gesehen werden kann, aber dennoch ist dessen Ausdehnung viel größer als die intermolekularen Abstände der Flüssigkeit. Die zeitliche Entwicklung des Volumenelements bezeichnet man mit der zeitabhängigen Koordinate $\vec{x}(t)$, deren Zeitableitung ein Vektorfeld $\vec{v}(\vec{x}, t)$ repräsentiert. Besser ist es aber von einer Geschwindigkeitsverteilung zu sprechen, da $\vec{v}(\vec{x}, t)$ die Geschwindigkeit an einem bestimmten Raum-Zeit-Punkt beschreibt und nicht etwa die zeitliche Entwicklung des Geschwindigkeitsvektors eines „Flüssigkeitspunktes“. In der Hydrodynamik wird der Bewegungszustand einer Flüssigkeit durch drei Größen vollständig bestimmt, der Geschwindigkeitsverteilung \vec{v} , dem Druck p und einer Dichte ρ . Aber wie bereits erwähnt besitzen die Teilvolumina eine endliche Ausdehnung, d.h. sie können auch Rotation und Deformation erfahren. Diese Eigenschaften können durch einen zweidimensionalen Tensor dargestellt werden:

$$\nabla \vec{v} := \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.3)$$

Man kann ihn in einen symmetrischen (e_{ij}) und in einen antisymmetrischen (w_{ij}) Anteil zerlegen. $e_{ij}(\vec{x}, t)$ nennt man auch den Deformationstensor, er beschreibt die Verformung des betrachteten Volumens und der Tensor $w_{ij}(\vec{x}, t)$ beschreibt die Relativbewegung bzw. die Wirbel des Geschwindigkeitsfeldes (wird auch *vorticity* genannt).

$$\begin{aligned}\nabla \vec{v} &= e_{ij} + w_{ij} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)\end{aligned}$$

2.2.1 Deformationstensor

$$\hat{e}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.4)$$

Im einfachsten Fall besitzt $\vec{e}(\vec{x}, t)$ nur Diagonalelemente. Dabei reduziert sich der Tensor zu klassischer Divergenz.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial v_i}{\partial x_i}$$

Sie beschreibt das Hinein- bzw. Herausströmen der Luft aus dem Volumenelement. Das heißt der Diagonalanteil des Deformationstensors beschreibt die Volumenänderung respektive eine Dichteänderung bei konstantem Volumen.

Die off-Diagonalelemente ($i \neq j$) hingegen beschreiben die reine Deformation. Betrachte beispielsweise den Eintrag e_{12} :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right)$$

Er beschreibt die Änderung der ersten Geschwindigkeitskomponente in x_2 -Richtung bei gleichzeitiger Änderung der zweiten Geschwindigkeitskomponenten in x_1 Richtung.

2.2.2 Tensor der Relativbewegung

Der Tensor $\vec{w}(\vec{x}, t)$ beschreibt wie schon oben erwähnt, die Relativbewegung. Dies wird deutlich, wenn man den Tensor explizit ausschreibt.

$$\hat{w}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

$$w(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -w_{21} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & -w_{32} \\ -w_{13} & w_{32} & 0 \end{pmatrix}$$

Dank der Asymmetrie reduzieren sich die Einträge auf drei unabhängige Komponenten. Man sieht, dass der Tensor die representative Matrixdarstellung der Rotation ist. Also in Operatordarstellung:

$$\hat{w}(\vec{x}, t) = \begin{pmatrix} w_{32} \\ w_{13} \\ w_{21} \end{pmatrix} \times = \vec{w} \times$$

Außerdem kann kann \vec{w} noch anders geschrieben werden:

$$(\vec{w})_i = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \partial_j v_k$$

Damit erhält $\hat{w}(\vec{x}, t)$ folgende Operatordarstellung mit bel. Vektor \vec{A} :

$$\hat{w}(\vec{x}, t) \vec{A} = \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \times \vec{v}) \times \vec{A} \quad (2.5)$$

2.2.3 Spannungstensor

Der *Spannungstensor* oder auch *stress tensor* $\hat{\tau}$ beschreibt die Kraft pro Einheitsfläche auf der Oberfläche eines deformierbaren Körpers, mit einer auf Eins normierten Oberflächennormalen. Für Luft ist der stress tensor symmetrisch.

Die Diagonaleinträge des Tensors wirken orthogonal zur Oberfläche und beschreiben dadurch den Druck pro Einheitsfläche. Off-Diagonalelemente beschreiben die Scherspannung, d.h. Kräfte die tangential zur Oberfläche wirken. Für Luft¹ ist $\hat{\tau}$ von der Form:

$$\begin{pmatrix} -p & & & \\ & 2\mu e_{ij} & & \\ & & -p & \\ & 2\mu e_{ji} & & \\ & & & -p \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Dabei ist e_{ij} der Deformationstensor in 2.4. μ der Viskositätskoeffizient.

2.2.4 Die Navier-Stokes-Gleichung

Die Navier-Stokes-Gleichungen sind die Grundgleichungen der Strömungsmechanik. Mit ihnen kann die Strömung in Flüssigkeiten und Gasen beschrieben werden, was sie für die Meteorologie interessant machen. Sie sind partielle Differentialgleichungen 2. Ordnung für die nur in Spezialfällen eine analytische Lösung existiert. Die globale analytische Lösung der Navier-Stokes-Gleichung ist eines der Millenium-Probleme und bisher ungelöst. Man versucht daher mit numerischen Methoden die Lösungen zu approximieren. Zur Herleitung dieser Gleichung ist das sogenannte *Reynold's transport theorem* von fundamentaler Bedeutung. Für ein beliebiges Feld $\psi(x, y, z, t)$ und ein endliches Volumen $V(t)$ gilt:

¹Eigentlich gilt diese Form in einer inkompressiblen Flüssigkeit, ist aber auch für Luft in weiten Temperaturbereichen gültig.

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \psi dV = \int_{V(t)} \frac{d\psi}{dt} dV + \int_A \psi \vec{v} \hat{n} dA \quad (2.7)$$

Wobei \hat{n} die Oberflächennormale der durchströmten Fläche A ist.

Mit dem Satz von Gauß wird 2.7 zu:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \psi dV = \int_{V(t)} \left(\frac{d\psi}{dt} + \psi \nabla \vec{v} \right) dV \quad (2.8)$$

Diese Gleichung kann nun auf eine Dichteverteilung $\rho(\vec{x}, t)$ angewandt werden. Mit

$$\int_{V(t)} \rho(\vec{x}, t) dV = M$$

und der Massenerhaltung

$$\frac{dM}{dt} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\int_{V(t)} \left(\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \vec{v} \right) dV = 0$$

Folgt eine Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \vec{v} = 0 \quad (2.9)$$

Verwendet man in 2.7 für ψ die Größe ρf , so lässt sich mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung 2.9 folgende Beziehung herleiten:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho f dV = \int \rho \frac{df}{dt} dV \quad (2.10)$$

Damit man die Navier Stokes Gleichungen für Luft erhält, fehlt noch eine wichtige Gleichung die sog. Cauchy Bewegungsgleichung, die man aus dem Impulserhaltungssatz erhält:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \vec{v} dV = \int_{V(t)} \rho \vec{f} dV + \int_{A(t)} \hat{\tau} \hat{n} dA \quad (2.11)$$

Mit 2.10 in 2.11 eingesetzt und dem Satz von Gauß, erhält man die gewünschte Gleichung:

$$\rho \vec{f} + \nabla \hat{\tau} = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (2.12)$$

wobei \vec{f} für beliebige Kräfte pro Einheitsmasse steht. In der Atmosphäre ist dies die Gravitationskraft, die Corioliskraft oder die Zentrifugalkraft.

Verwendet man für den Spannungstensor $\hat{\tau}$ die explizite Form 2.6 so vereinfacht sich 2.12 zu einer einfachen Form der *Navier-Stokes-Gleichung*:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \frac{1}{\rho}\mu\nabla^2\vec{v} \quad (2.13)$$

μ ist der Koeffizient der Viskosität. Oft wird der letzte Term mit \vec{D} abgekürzt die (engl.) *specific drag force* oder auf deutsch die Reibungskraft:

$$\vec{D} = -\frac{1}{\rho}\nabla\hat{\tau} = -\frac{1}{\rho}\mu\nabla^2\vec{v}$$

Der zweite Term der Gleichung ist die sog. *Luftdruckgradientenkraft*, sie ist für die Luftbewegung verantwortlich. Sie zeigt immer in die Richtung des größten Druckgefälles. Möchte man die genaue Bewegung der Luft berechnen, so muss die inhomogene partielle Differentialgleichung 2.13 in \vec{v} gelöst werden, was analytisch nur für Spezialfälle möglich ist. Doch ist es mit numerischen Ansätzen möglich die Lösungen zu approximieren. Kleine Änderungen der Anfangsbedingungen können aber schon große Auswirkungen auf den zeitlichen Verlauf der Lösungen haben. Das ist unter anderem auch der Grund dafür, weshalb Wettervorhersagen nicht über einen längeren Zeitraum gemacht werden können.

3 Horizontale Luftbewegungen

Der „Motor“ horizontaler Luftströmungen ist immer ein Luftdruckunterschied der in Wetterkarten durch Hoch-, Tiefdruckgebieten und dazwischenliegenden Isobaren dargestellt wird. Der Luftstrom ist ein Ausgleichsmechanismus, der bestrebt ist die Energie zu minimieren, indem er den Druckunterschied ausgleicht. Die Kraft die diese Strömungen antreibt nennt man auch *Luftdruckgradientenkraft* (vgl. 2.13). Ein Wind der nur durch die Luftdruckgradientenkraft bewirkt wird, nennt man auch Eulerwind. Doch in Wirklichkeit hat dieser eher eine geringe Lebensdauer. Vielmehr spielen bei realen Winden zunehmend die Corioliskraft und die Reibungskraft eine wichtige Rolle.

3.1 Corioliskraft

Wie bereits schon in der Theorie hergeleitet, bewirkt die Corioliskraft eine Ablenkung der Luftströmungen auf der Erde. Also auf der Nordhalbkugel nach rechts und auf der Südhalbkugel nach links. Betrachtet man die Strömung von Hoch- zum Tiefdruckgebiet wird man feststellen, dass die Ablenkung der Winde nach Rechts bewirkt, dass Tiefdruckgebiete im Uhrzeigersinn umströmt werden.

Die Corioliskraft pro Einheitsmasse ist

$$\vec{f}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (3.1)$$

Da die Geschwindigkeitsvektoren immer parallel zur Erdoberfläche sind, lassen sie sich in eine zur Winkelgeschwindigkeit parallele und eine dazu senkrechte Komponente zerlegen. In die Gleichung 3.1 geht also nur die senkrechte Komponente ein. Im Folgenden sei die Erde als Kugel genähert und es werden Kugelkoordinaten verwendet ($\vec{x} = (r, \vartheta, \varphi)$). Also wird 3.1 zu¹:

$$\vec{f}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v}_\perp = 2|\vec{\omega}||\vec{v}_\perp| \quad (3.2)$$

Mit

$$|\vec{v}_\perp| = |\vec{v}| \cos \vartheta$$

folgt schließlich:

$$\vec{f}_c = 2 |\vec{\omega}||\vec{v}| \cos \vartheta \quad (3.3)$$

Möchte man statt dem Winkel ϑ die Geographische Breite θ einsetzen, so wird der Cosinus zum Sinus²:

¹ $\vec{\omega}$ und \vec{v} stehen aufeinander senkrecht

²Die Breitengrade werden vom Äquator aus gemessen: $\theta = 90^\circ - \vartheta$

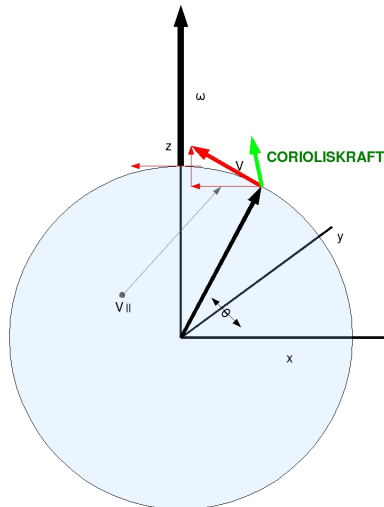
Breite θ	f_C in $[10 - 3 \frac{m}{s^2}]$
49	3.741
0	0
10	0.860752
20	1.69535
30	2.47844
40	3.18622
50	3.79719
60	4.29278
70	4.65794
80	4.88157
90	4.95687

Abbildung 3.1: Corioliskraft in Abhängigkeit von der geographischen Breite

$$\vec{f}_c = 2 |\vec{\omega}| |\vec{v}| \sin \theta \quad (3.4)$$

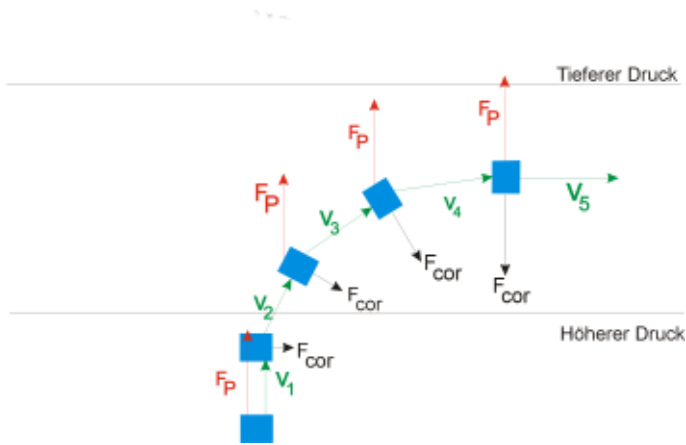
Die Tabelle 3.1 soll einen Überblick geben, wie sich die Corioliskraft mit dem Breitengrad entwickelt. Für die Geschwindigkeit wurde der Wert $v = 214.137 \frac{km}{h}$ verwendet³:

Am Äquator spielt laut 3.3 diese Kraft keine Rolle, da der Cosinus Null wird. Am stärksten ist sie an den Polen, hier ist der Cosinus 1.



³Dies ist die Abschätzung eines Isobarenabstandes von 600 km vgl. unten 3.3

3.1.1 Geostrophischer Wind



Eine der Konsequenzen der Corioliskraft ist der sog. *geostrophische Wind*. Wie schon erwähnt fließt die Luft von Bereichen hohen Luftdrucks zu denen niedrigeren Luftdrucks angetrieben von der *Luftdruckgradientenkraft* oder kurz nur *Gradientenkraft*. Linien gleichen Drucks nennt man Isobaren. Im Fall des geostrophischen Windes sollen geradlinige Isobaren zwischen Hoch und Tief liegen. Die Luft die nun vom Hoch zum Tief fließt wird, auf der Nordhalbkugel solange von der Corioliskraft nach rechts abgelenkt, bis sich ein Gleichgewicht zwischen Gradienten- und Corioliskraft einstellt. In diesem stationären Zustand fließt die Luft schließlich parallel zu den Isobaren. Der so resultierende Wind wird geostrophischer Wind genannt.

3.1.2 Abschätzung der Windgeschwindigkeit

Aus dem Kräftegleichgewicht zwischen Coriolis- und Gradientenkraft

$$\vec{F}_C = \vec{F}_G \quad (3.5)$$

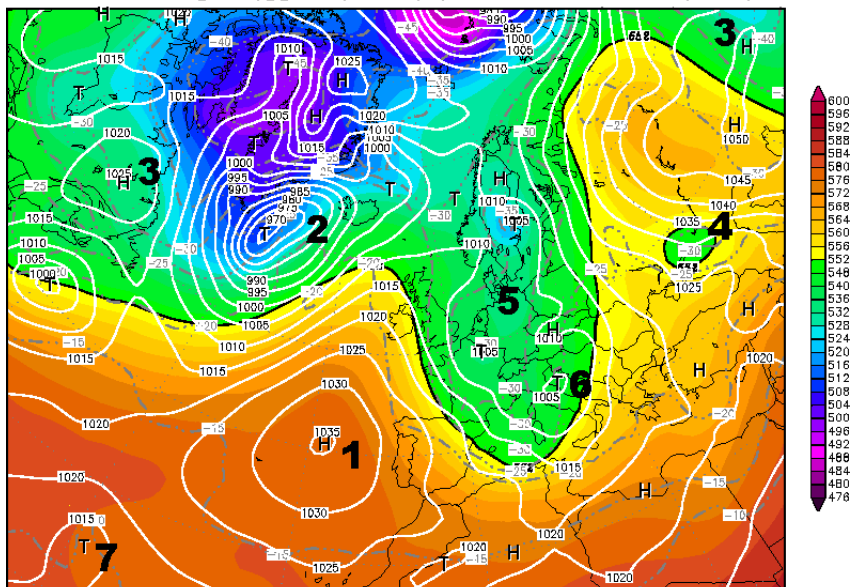
lässt sich die Windgeschwindigkeit abschätzen. Dabei wird der Druckgradient aus 2.13 linear genähert:

$$\Rightarrow |\vec{v}| = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{\Delta x} (2 \sin \theta |\vec{\omega}|)^{-1}$$

In folgender Tabelle wurde, wie in Abb. 3.2 zu sehen ist, die Druckdifferenz Δp konstant ($\Delta p = 5 \text{ mbar}$) gehalten und Δx als einziger Parameter variiert. Die restlichen Beiträge sind Konstanten.

In den Tabellen 3.3 und 3.1.2 wurde die Geschwindigkeit für verschiedene Abstände berechnet:

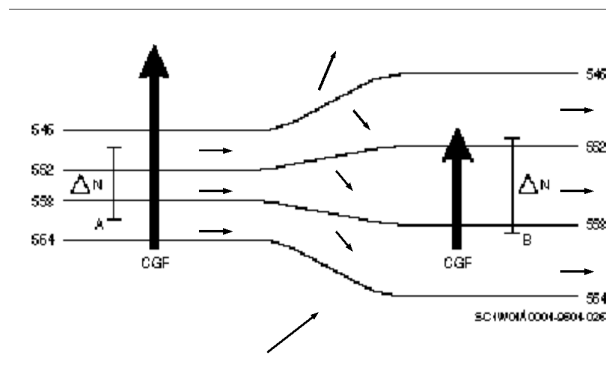
Init : Sun,01JAN2006 18Z Valid: Sun,01JAN2006 18Z
 500 hPa Geopot.(gpm), T (C) und Bodendr. (hPa)



Daten: GFS-Modell des amerikanischen Wetterdienstes
 (C) Wetterzentrale
 www.wetterzentrale.de

Abbildung 3.2: Wetterkarte von Europa

Spezialfall



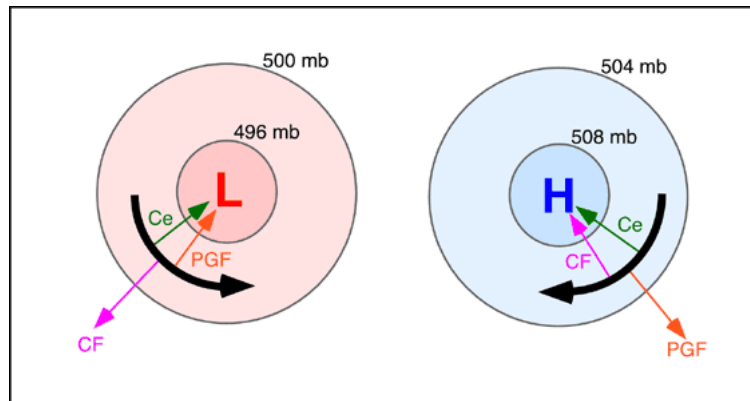
Hier sieht man den Fall bei dem parallele Isobaren ihren Abstand vergrößern, bzw. den Abstand zu den Isobaren p_1 und p_2 verkleinern. Im Falle paralleler Isobaren weht

Abstand [km]	$ \vec{v} [\frac{km}{h}]$
150	856.548
200	642.411
250	513.929
300	428.274
350	367.092
400	321.205
450	285.516
500	256.964
550	233.604
600	214.137
650	197.665
700	183.546

Abbildung 3.3: Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Abstand der Isobaren

der Gradientenwind, bei dem Gradientenkraft und Corioliskraft im Gleichgewicht stehen. Ändert sich nun der Abstand der Isobaren wird die Gradientenkraft reduziert, bei gleichbleibender Corioliskraft. Dies führt zu einer Störung des Gleichgewichtes und die Luft fließt plötzlich entgegen dem Druckgefälle, also vom hohen zum tiefen Druck. Dieser Wind wird auch *supergradient wind* genannt. In der Grafik ist dieser Wind an den mittleren Isobaren durch Pfeile verdeutlicht. Der entgegengesetzte Fall ist an den beiden Isobaren p_1 und p_2 zu sehen. Hier verringert sich der Abstand der Isobaren, was eine stärkere Druckgradientenkraft zur Folge hat, die nun stärker als die Corioliskraft ist. Auch in diesem Fall ist das Gleichgewicht wieder gestört und man kann einen Luftstrom hin zum Tiefendruck beobachten.

3.1.3 Barokline Winde



Der Fall geradliniger Isobaren tritt in Wirklichkeit eher selten auf. Vielmehr ha-

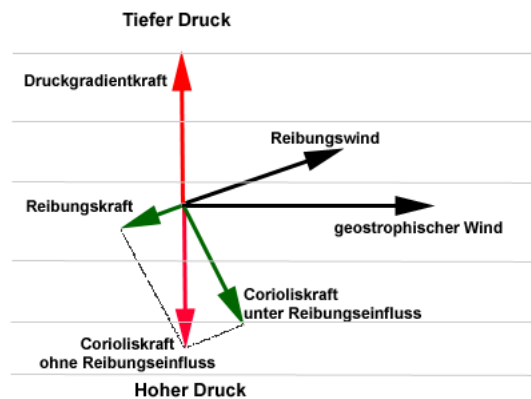
Abstand [km]	$ \vec{v} [\frac{km}{h}]$
750	171.31
800	160.603
850	151.155
900	142.758
950	135.244
1000	128.482
1050	122.364
1100	116.802
1150	111.724
1200	107.068
1250	102.786
1300	98.8324

Abbildung 3.4: Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Abstand der Isobaren

ben die Isobaren eher einen krummlinigen Verlauf, was bedeutet, dass eine weitere Kraft berücksichtigt werden muss: die *Zentrifugalkraft*. Sie steht senkrecht auf dem Geschwindigkeitsvektor und zeigt radial nach außen. Wieder fließt der Wind von Hoch zum Tiefdruck, doch um nun einen stationären Zustand zu erreichen, muss sich ein Gleichgewicht aus Gradientenkraft, Coriolis- und Zentrifugalkraft einstellen.

Im Fall eines Tiefdruckgebietes ist die Zentrifugalkraft der Gradientenkraft entgegengesetzt, sie vermindert solange die Windgeschwindigkeit bis der Wind wieder parallel zu den Isobaren weht. Die Corioliskraft hat keinen Einfluss auf die Beschleunigung der Luftmassen da sie senkrecht zur Bewegungsrichtung ist. Beim Hochdruckgebiet findet man jedoch genau den entgegengesetzten Fall. Hier ist die Gradientenkraft vom Zentrum weggerichtet, das heißt sie ist parallel zur Zentrifugalkraft, was wiederum eine Verstärkung der Windgeschwindigkeit zur Folge hat.

3.2 Reibungskraft



Die bisherigen Betrachtungen sind so nur in hohen Schichten der Atmosphäre gültig. Je näher man sich an der Erdoberfläche befindet, um so mehr spielt die Reibung eine Rolle, die je nach Bodenbeschaffenheit größer oder kleiner ist. Die Grenze zu Gebieten in denen man die Reibung vernachlässigen kann ist von mehreren Parametern abhängig, wie zum Beispiel von der thermischen Schichtung, der Windgeschwindigkeit und der Bodenrauigkeit. Sie schwankt ungefähr zwischen 500 bis 1000 Meter. Würde keine Reibung in Bodennähe auftreten, dann würden sich die im vorigen Abschnitt dargestellten stationären Zustände einstellen und einen Druckausgleich unmöglich machen.

Die Reibungskraft ist dem Geschwindigkeitsvektor entgegengerichtet, steht also auch senkrecht auf dem Vektor der Corioliskraft. Dies lässt sich am Beispiel des Geostrophischen Windes schön verdeutlichen. Wirkt nun zusätzlich die Reibungskraft, wird sich ein neuer stationärer Zustand einstellen. Der Wind der ohne Reibung parallel zu den Isobaren wehen würde, wird nun Richtung Tiefdruckgebiet abgelenkt.

$$\vec{F}_G + \vec{F}_C + \vec{F}_R = 0 \quad (3.6)$$

Die Ablenkung des Windes beträgt über See ca. 10 bis 20, über Land sogar zwischen 30 und 50 Grad. Das führt dazu, dass sich Tiefdruckgebiete über Land schneller Auflösen als über dem Meer.

3.2.1 Abschätzung der Reibungskraft

Betrachtet man die obig Grafik, dann lässt sich die Reibungskraft \vec{F}_R durch \vec{F}_G ausdrücken. Der Winkel zwischen *Reibungswind* und *Gradientenwind* wird im folgenden mit β bezeichnet. Dann ist:

$$|\vec{F}_R| = |\vec{F}_G| \sin \beta$$

Außerdem lässt sich die Reibungskraft allgemein als "Reibungskonstante α " mal die Geschwindigkeit schreiben:

$$\vec{F}_R = \alpha \vec{v}$$

Man bekommt schließlich für α folgenden Ausdruck:

$$\alpha = \frac{|\vec{F}_G|}{\sin \beta |\vec{v}|} \quad (3.7)$$

Um nun eine Abschätzung für die Reibungskonstante zu bekommen, kann $|\vec{F}_G|$ durch den geostrophischen Wind 3.5 abgeschätzt werden:

$$\alpha = \frac{f}{\sin \beta} \quad (3.8)$$

mit dem Coriolisparameter

$$f = 2 \sin \theta \omega$$

Über Land ergibt das schließlich, mit $\beta = 15^\circ$ und einer typischen Windgeschwindigkeit von $|\vec{v}| \approx 10 \frac{km}{h}$:

$$\alpha = 6,75 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s} \quad F_R = 1,87 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s^2}$$

3.3 Divergenz und Konvergenz

Im Strömungsbild der Atmosphäre treten gewisse Unregelmäßigkeiten auf, Punkte oder Linien, von denen Luft auseinander strömt bzw. zusammenfließt. Den sogenannten Divergenz- bzw. Konvergenzpunkte (-/linien). Sie lassen sich den, bereits im Zusammenhang des Kräftegleichgewichts besprochenen Hoch-, und Tiefdruckgebieten zuordnen. Doch zuvor wurde noch nicht beachtet, dass im Falle eines Hochdruckgebiets nicht unbegrenzt Luft abfließen kann, ohne dass Luft nachströmt. Dies wird jedoch in der Vertikalen sichergestellt. Luft die in Bodennähe abfließt, strömt von höheren Luftschichten nach. Auch bei Tiefdruckgebieten ist die Situation ähnlich. So würde ein Tief trotz des Corioliseffekts doch recht schnell ausgeglichen werden, würde die Luft hier nicht nach oben abfließen. Diese Effekte führen zu einer Vertikalzirkulation.

3.4 Turbulenzen

Strömungen jedlicher Art lassen sich in zwei Kategorien einteilen:

laminare Strömungen

turbulente Strömungen

Sie lassen sich durch eine dimensionlose Größe der *Reynold's Zahl* charakterisieren:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (3.9)$$

ρ ist die Dichte der Luft

v die Fließgeschwindigkeit

L die Länge des Betrachteten Ausschnittes

μ dynamische Viskosität

Übertritt eine Strömung einen kritischen Wert der Reynoldszahl, so wird sie turbulent. Da wir es in der Atmosphäre mit großen Längenskalen L zu tun haben, wird (vgl 3.9) die Reynold's Zahl sehr groß und überschreitet fast immer den kritischen Wert. Deshalb haben wir es in der Atmosphäre fast ausschließlich mit turbulenten Strömungen zu tun. In Bodennähe werden diese noch durch Vegetation und Bebauung verstärkt. Die Turbulenz bewirkt die Bildung sogenannter (engl.) *Eddies*, d.h. die Bildung von Wirbeln, die auch bald wieder zerfallen. Sie bewirken eine Schwankung der Windrichtung wie auch der Windgeschwindigkeit, sind also die Ursache für böigen Wind.