

Neutrinooszillationen

Ausarbeitung zum Seminarvortrag

Thomas Hofmann
Betreuer: PD Dr. Alexander Lenz

10. Juli 2007

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	4
2.1	Ausbreitung im Vakuum	4
2.1.1	Oszillation zwischen allen 3 Flavours	4
2.1.2	Oszillation zwischen 2 Flavours	5
2.2	Einfluss von Materie	7
3	Experimenteller Nachweis	10
3.1	Quellen von Neutrinos	10
3.1.1	atmosphärische Neutrinos	10
3.1.2	in Beschleuniger erzeugte Neutrinos	13
4	Die MNS-Mischmatrix	14
5	Quellenangabe	16

1 Einleitung

Das Elektronneutrino wurde erstmals im Jahre 1930 von Pauli postuliert um den Betazerfall konsistent zu erklären, jedoch gelang es erst im Jahre 1956 durch die Gruppe um Clyde L. Cowan und Frederick Reines (Nobelpreis 1995) dieses auch experimentell nachzuweisen. Nach dem Standardmodell gehören die Neutrinos zu der Familie der Leptonen und zu jedem elektrisch negativ geladenen Lepton (e, μ, τ) gibt es ein entsprechendes Neutrino (ν_e, ν_μ, ν_τ), welches jedoch neutral ist. Leptonen zeichnen sich dadurch aus, dass sie der schwachen Wechselwirkung und der Gravitation, und falls sie geladen sind, der elektromagnetischen Wechselwirkung unterliegen. Anhand der schwachen Wechselwirkung ist es möglich Neutrinos zu detektieren.

Als im Jahre 1960 durch Raymond Davis Jr. (Nobelpreis 2002) erstmals versucht wurde, die solaren Neutrinos einzufangen (Homestake-Experiment) und dann die detektierten Neutrinos mit dem von John N. Bahcall vorhergesagten Werten verglichen wurden, ergaben sich Abweichungen zu den erwarteten Werten. Diese Abweichungen konnten zuerst nicht geklärt werden und viele Wissenschaftler glaubten, dass entweder die theoretischen Berechnungen zum Sonnenmodell oder das Experiment falsch seien. Erst als 1989 in Kamiokande von Masatoshi Koshiba (Nobelpreis 2002) die selbe Diskrepanz zwischen Sonnenmodell und Experiment festgestellt wurde, wurde die Möglichkeit der Umwandlung der Neutrinos auf dem Weg von der Sonne zur Erde, wofür schon 1969 eine Theorie von Bruno Pontecorvo and Vladimir Gribov entwickelt wurde, von dem Großteil der Wissenschaftler anerkannt. [13] Viele weitere Versuche, nicht nur mit solaren, sondern auch mit atmosphärischen Neutrinos, führten zu dem selben Ergebnis und somit wird heute davon ausgegangen, dass das Neutrinos, ähnlich wie Quarks, ihren Flavour verändern können.

2 Theorie

Das theoretische Modell der Neutrinooszillationen [5] basiert auf zwei grundlegenden Annahmen:

- Masse der Neutrinos ist ungleich Null
- Flavourzustände sind eine Linearkombination von Masseneigenzustände

Die Tatsache, dass Neutrinos eine Masse besitzen kann ohne Probleme ins Standardmodell mit aufgenommen werden. Die zweite Annahme, dass die Eigenwerte der schwachen Wechselwirkung, also die Flavoureigenzustände, nicht mit den Eigenwerten des Hamiltonoperators - den Masseeigenzuständen - übereinstimmen, sondern sich aus einer Mischung derer darstellen lassen, ist eine weitere Notwendigkeit für die Beobachtung von Oszillation. Im Folgenden werden wir nur Neutrinos und keine Antineutrinos betrachten, da die Rechnung für beide Teilchen gleich ist.

2.1 Ausbreitung im Vakuum

Im einfachsten Fall nimmt man an, dass sich die Neutrinos ungehindert durch den Raum bewegen können. Diese Annahme ist fast immer gültig, da die Neutrinos eine sehr geringe Wechselwirkung mit Materie besitzen. Jedoch in den Sternen, insbesondere in der Sonne, ist die Dichte so hoch, dass Streuungen an Elektronen berücksichtigt werden müssen. Dieser Fall wird im nächsten Unterkapitel behandelt.

2.1.1 Oszillation zwischen allen 3 Flavours

Im Vakuum nehmen wir an, dass die Flavourzustände über eine unitäre 3×3 -Matrix verknüpft sind. Man erhält somit für einen Flavourzustand folgende Formel:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle$$

Die Flavourzustände werden mit α , die Massenzustände mit i bezeichnet.

Nehmen wir nun an, dass sich das beobachtete Neutrino zur Zeit $t=0$ mit einem Impuls k in x -Richtung bewegt, so gilt folgende Gleichung:

$$|\nu_\alpha(t=0)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle e^{ikx}$$

Wir wissen, dass die Zeitentwicklung eines Zustands durch den Propagator $e^{\frac{-i}{\hbar}Ht}$ gegeben ist, wobei H der Hamiltonoperator des jeweiligen System ist. Somit ergibt sich für die zeitliche Entwicklung des Flavourzustandes folgende Formel:

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= |\nu_\alpha(t=0)\rangle e^{\frac{-i}{\hbar}Ht} = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle e^{ikx} e^{\frac{-i}{\hbar}Ht} \\ &= \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle e^{ikx} e^{\frac{-i}{\hbar}E_i t} \end{aligned} \quad (1)$$

Der letzte Teil der Gleichung ergibt sich daraus, dass die $|\nu_i\rangle$ die Eigenzustände von H sind.

Da es sich bei Neutrinos um ultrarelativistische Teilchen handelt ($v \approx c$), kann man den Anteil der Masse an der Energie als sehr klein im Vergleich zum Impuls erachten. Somit ergibt sich für E_i ($c = 1$):

$$E_i = \sqrt{k^2 + m_i^2} \approx k + \frac{m_i^2}{2k} \quad (2)$$

Setzt man dies in (1) ein und setzt zusätzlich $\hbar = 1$ so erhält man mit $t = x$:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle e^{-i \frac{m_i^2}{2k} x}$$

Im Experiment misst man die Energie E des Neutrinos und über die Energie schließt man auf den Herkunftsort und somit die zurückgelegte Strecke L . Wir wollen die Gleichung (1) so umformen, dass sie nur von diesen Werten abhängt, wobei für das Neutrino $k \approx E$ gilt (da Neutrino ultrarelativistisch):

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle e^{-i \frac{m_i^2}{2E} L} \quad (3)$$

Unser Ziel ist, die Wahrscheinlichkeit für die Umwandlung eines Neutrinos mit Flavour α in eines mit Flavour β zu berechnen, also $P(\alpha \rightarrow \beta, t)$:

$$\begin{aligned} P(\alpha \rightarrow \beta, L) &= |\langle \nu_\beta(t) | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \\ &= \left| \sum_i \sum_j U_{\alpha i}^* U_{\beta j} e^{-i \frac{m_i^2}{2E} L} \underbrace{\langle \nu_i | \nu_j \rangle}_{=\delta_{ij}} \right|^2 = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i \frac{m_i^2}{2E} L} \right|^2 \end{aligned}$$

Das Quadrat über die Summe können wir in folgender Weise als Doppelsumme schreiben:

$$P(\alpha \rightarrow \beta, L) = \sum_i \sum_j U_{\alpha i}^* U_{\beta i}^* U_{\alpha j} U_{\beta j} e^{-i \frac{\delta m_{ij}^2}{2E} L}$$

Hierbei ist $\delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$. Durch Aufspaltung in Diagonal- und Nichtdiagonalelemente erhalten wir die Gleichung für die Übergangswahrscheinlichkeit für den allgemeinen Fall:

$$P(\alpha \rightarrow \beta, L) = \sum_i U_{\alpha i}^2 U_{\beta i}^2 + 2 \sum_{i>j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i}^* U_{\alpha j} U_{\beta j} \cos\left(\frac{\delta m_{ij}^2}{2E} L\right) \quad (4)$$

An der Gleichung erkennt man, dass es nur zu Oszillationen kommen kann, wenn der Masseunterschied δm_{ij}^2 nicht Null ist, d.h. die Theorie der Neutrinooszillation setzt eine Masse für die Neutrinos voraus.

2.1.2 Oszillation zwischen 2 Flavours

In den meisten Fällen ist es ausreichend nur die Oszillation zwischen zwei Neutrinos zu betrachten. In diesem Fall hat die unitäre Matrix folgende Form:

$$U(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

Da in der Sonne fast ausschließlich Elektronneutrinos entstehen wollen wir uns auf den Übergang $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ beschränken und somit gilt für die beiden Zustände die folgende Transformation:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Der Winkel Θ heißt Mischwinkel und gibt die Zusammensetzung der Flavourzustände aus den Massezuständen an.

Nun können wir diese Transformationsgleichung verwenden, um eine Gleichung für die Wahrscheinlichkeit eines Übergangs von Flavour α nach β zu erhalten. Dazu setzen wir (6) in (4) und erhalten:

$$\begin{aligned} P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L) &= 2 \sin^2(\Theta) \cos^2(\Theta) - 2 \sin^2(\Theta) \cos^2(\Theta) \cos\left(\frac{\delta m^2}{2E} L\right) \\ &= \boxed{\sin^2(2\Theta) \sin^2\left(\pi \frac{L}{L_0}\right)} \end{aligned} \quad (7)$$

mit $L_0 = \frac{4\pi E}{\delta m^2}$. Daraus folgt unmittelbar:

$$\boxed{P(\nu_e \rightarrow \nu_e, L) = 1 - \sin^2(2\Theta) \sin^2\left(\pi \frac{L}{L_0}\right)}$$

Um sich eine bessere Vorstellung von den Oszillationen machen zu können, ist in Abb. (1) ein Graph für die Wahrscheinlichkeit ein e - bzw. μ -Neutrino zu messen gezeigt. Die verwendeten Parameter beziehen sich auf Messungen an solaren Neutrinos und Vorhersagen über deren Masseunterschied aufgrund der gefundenen Wahrscheinlichkeiten.

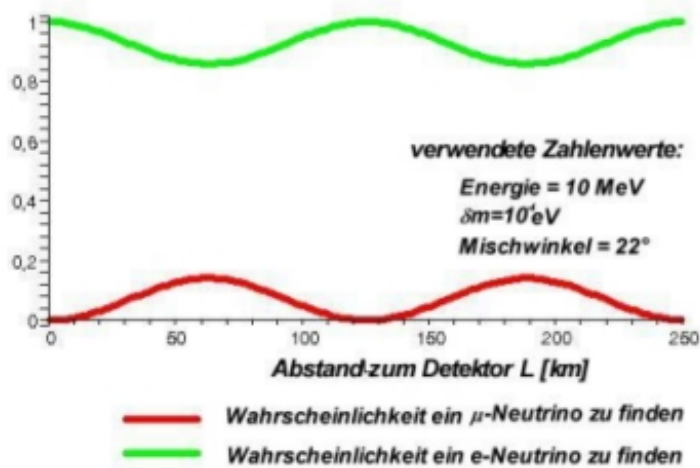


Abbildung 1: Wahrscheinlichkeiten, dass ein Elektronneutrino, oder ein μ -Neutrino detektiert wird

2.2 Einfluss von Materie

In unseren Betrachtungen haben wir bis jetzt angenommen, dass die Neutrinos sich im Vakuum befinden und somit ungehindert bewegen können. In Materie jedoch muss die schwache Wechselwirkung der Neutrinos mit der Materie berücksichtigt werden. Alle drei Arten von Neutrinos wechselwirken mit den Quarks in gleicher Weise und werden unter Austausch eines Z^0 -Bosons von Elektronen gestreut. Zusätzlich können die Elektronneutrinos unter Austausch eines W^\pm -Bosons mit den Elektronen der Materie in Wechselwirkung treten und somit ergibt sich für die Elektronneutrinos ein zusätzliches Potential.

Um diesen Effekt theoretisch darstellen zu können, schreiben wir unsere Bewegungsgleichung für zwei Neutrinos als Differentialgleichung der Massezustände:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2k} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2k} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

Die Bewegungsgleichung der Flavourzustände ergibt sich über die Transformation mit der Matrix U (siehe (5)):

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} &= U^T \begin{pmatrix} \frac{m_1^2}{2k} & 0 \\ 0 & \frac{m_2^2}{2k} \end{pmatrix} U \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A & B \\ B & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

mit

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2k} (m_1^2 \cos^2(\Theta) + m_2^2 \sin^2(\Theta)) \\ B &= \frac{1}{4k} \delta m^2 \sin 2(\Theta) \\ C &= \frac{1}{2k} (m_1^2 \sin^2(\Theta) + m_2^2 \cos^2(\Theta)) \end{aligned} \quad (9)$$

Da nur die Elektronneutrinos ein zusätzliches Potential spüren, müssen wir das Matrixelement A modifizieren. In der klassischen Physik wird die Streuung von Wellen aufgrund von Materie durch Modifizierung des Phasenfaktors mit dem Brechungsindex n zu $e^{-i(Et-nkz)}$ beschrieben. Für Teilchen wird der Brechungsindex als Überlagerung der Amplituden der vielen Einzelstreuungsvorgänge berechnet und man erhält als Ergebnis:

$$n = 1 + \frac{2\pi N_0}{k^2} f_{el}(0) \quad (10)$$

N_0 stellt die Anzahl der Streuzentren, k den Impuls des die Materie durchlaufenden Teilchens und $f_{el}(0)$ die Streuamplitude, welche sich aus der Hochenergie-Näherung für den Streuvorgang $\nu_e e \rightarrow \nu_e e$ errechnet. Als Ergebnis erhält man:

$$f_{el}(0) = \frac{\sqrt{2} G_F k}{\pi} \quad (11)$$

G_F ist die Fermi-Konstante.

Im Vakuum breiten sich die Neutrinos wie in Gleichung (1) gezeigt mit dem Phasenfaktor $e^{-i(Et-nkz)} = e^{-i(Et-kz-(n-1)kz)}$ aus. Für unsere Bewegungsgleichung (8) folgt somit:

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A - \sqrt{2}G_F N_e & B \\ B & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$$

mit $N_e = N_0/2$, da nur die linkshändigen Elektronen zur Streuung beitragen.

Mit Hilfe der Gleichung (8) und (9) können wir nun den Einfluss der Materie auf die Oszillationsparameter δm und Θ berechnen. Dazu führen wir δm_m und Θ_m als die Oszillationsparameter in Materie ein und bestimmen diese aus:

$$\begin{aligned} m_{1m}^2 \cos^2(\Theta_m) + m_{2m}^2 \sin^2(\Theta_m) &= m_1^2 \cos^2(\Theta) + m_2^2 \sin^2(\Theta) - \sqrt{2}G_F N_e \\ \delta m_m^2 \sin(2\Theta_m) &= \delta m^2 \sin(2\Theta) \\ m_{1m}^2 \sin^2(\Theta_m) + m_{2m}^2 \cos^2(\Theta_m) &= m_1^2 \sin^2(\Theta) + m_2^2 \cos^2(\Theta) \end{aligned} \quad (12)$$

Man erhält:

$$\delta m_m^2 = \delta m^2 \sqrt{\left(\cos(2\Theta) - \frac{2\sqrt{2}kG_F N_e}{\delta m^2}\right)^2 + \sin^2(2\Theta)} \quad (13)$$

und

$$\sin^2(2\Theta_m) = \frac{\sin^2(2\Theta)}{\left(\cos(2\Theta) - \frac{2\sqrt{2}kG_F N_e}{\delta m^2}\right)^2 + \sin^2(2\Theta)} \quad (14)$$

Die Übergangswahrscheinlichkeit in der Materie ergibt sich zu:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu, L) = \sin^2(2\Theta_m) \sin^2\left(\pi \frac{L}{L_m}\right) \quad (15)$$

mit $L_m = \frac{4\pi E}{\delta m_m^2}$.

Das bemerkenswerte an den gefundenen Ergebnissen ist, dass selbst bei sehr kleinem Mischungswinkel Θ im Vakuum die Amplitude der Übergangswahrscheinlichkeit im Resonanzfall

$$\cos(2\Theta) = \frac{2\sqrt{2}kG_F N_e}{\delta m^2}$$

eins wird. Dennoch kann die Oszillationslänge

$$L_m = \frac{4\pi E}{\delta m^2 \sin(2\Theta)}$$

in diesem Fall sehr groß sein. Dieser Effekt wurde erstmals von S.P. Mikheyev und A.Y. Smirnov entdeckt [6] und ist als resonante Verstärkung der ν_e, ν_μ -Oszillation oder "MSW"-Effekt bekannt.

Wir wollen uns dies nun am Beispiel der Sonne etwas veranschaulichen. Nehmen

wir an im Kern der Sonne entsteht ein reines Elektronneutrino. Da die Elektronendichte im Kern der Sonne sehr hoch ist, folgt aus (14), dass $\Theta_m \approx \frac{\pi}{2}$, d.h. nach (6) startet das Elektronneutrino fast als reiner Masseneigenzustand ν_2 . Auf dem Weg vom Inneren der Sonne nach aussen nimmt die Elektronendichte langsam ab, weshalb das Adiabaten-Theorem der Quantenmechanik gültig ist. Dies besagt, dass sich die Eigenzustände des Hamiltonoperators nicht ändern, falls sich dieser nur langsam ändert. Deshalb ändert sich der Zustand ν_2 nicht. Weil sich aber die Elektronendichte ändert, ändert sich auch der Mischungswinkel bis dann schließlich beim Erreichen der Grenze zum Vakuum $\Theta_m = \Theta$ gilt. Da sich der Masseneigenzustand

$$|\nu_2\rangle = \sin \Theta |\nu_e\rangle + \cos \Theta |\nu_\mu\rangle$$

nicht geändert hat, kann man die Wahrscheinlichkeit für den Übergang $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ berechnen:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |\langle \nu_\mu | \nu_2 \rangle|^2 = \cos^2(\Theta) \approx 1 \text{ für } \Theta \text{ klein}$$

Im Vakuum kommt es zu keinen weiteren Oszillationen, falls der Vakuummischungswinkel sehr klein (≈ 0) angenommen wird.

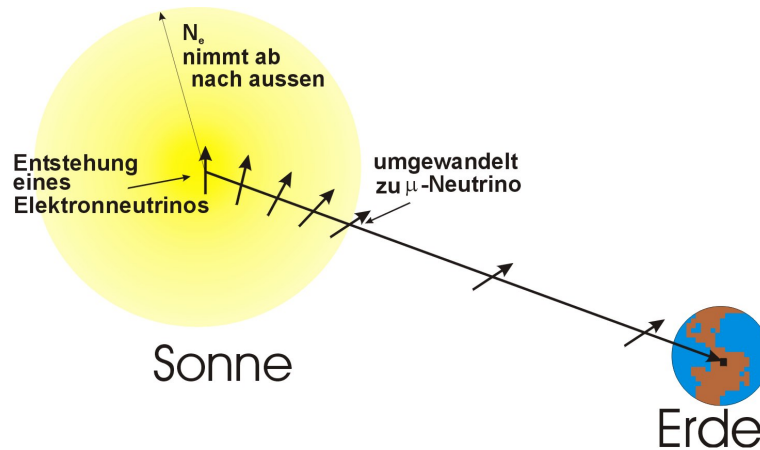


Abbildung 2: Vorgang in der Sonne und Detektion auf der Erde, wobei $\Theta = 0$ angenommen wird

3 Experimenteller Nachweis

Nachdem wir nun die theoretischen Beschreibungen der Neutrinooszillationen kennengelernt haben, wollen wir uns nun die Experimente, die dazu gemacht werden, ansehen. Das Interesse an der Messung von Neutrinos ist weltweit sehr groß und es gibt viele verschiedenen Detektoren für deren Erfassung. Eine Auswahl der wichtigsten Detektoren ist in der folgenden Tabelle zu finden.

Name	Funktionsweise	Neutrinoarten
Homestake	Reaktion von Chlor	s
Super-Kamiokande	Cerenkov-Strahlung	s, a, k
SNO	Cerenkov-Strahlung	s, a, k
GNO/GALLEX	Reaktion von Gallium	s
CHOOZ	Flüssigszintillator	k
LSND	Flüssigszintillator	k
KAMLAND	Flüssigszintillator	k, g

Tabelle 1: Auswahl an Detektionsexperimenten von Neutrinos. Die Abkürzungen s, a, k, g in der letzten Spalte stehen für solare, atmosphärische, künstlich erzeugte und geologische Neutrinos

3.1 Quellen von Neutrinos

Es gibt sehr viele verschiedene Quellen von Neutrinos. Die meisten Neutrinos entstehen außerhalb unserer Atmosphäre bei Fusionsprozessen in Sternen und Supernovae-Explosionen. Die beim Urknall freigesetzten Neutrinos stellen sogar die häufigsten Teilchen in unserem Universum. Aber auch auf der Erde oder in der Atmosphäre können Neutrinos durch Stoßvorgänge oder radioaktive Zerfälle entstehen. Zusätzlich zu den natürlich entstandenen Neutrinos werden in Kernreaktoren und Beschleunigern Neutrinos als "Abfallprodukt" oder auch gezielt für Experimente künstlich hergestellt. Da die Funktionsweise der wichtigsten Detektoren schon im Vortrag "solare Neutrino" von Markus Bobrowski sehr ausführlich dargestellt ist, möchte ich darauf nicht weiter eingehen. Ebenso werde ich nicht die solaren und Reaktor-Neutrinos, sondern die zwei noch fehlenden Quellen von Neutrinos besprechen.

3.1.1 atmosphärische Neutrinos

In der Atmosphäre entstandene Neutrinos sind Gegenstand vieler Experimente (SuperKamikande, MACRO, Soudan, IMB) und dabei konnten ebenfalls klare Indizien für Oszillationen von Neutrinos gefunden werden. Die Entstehung der Neutrinos hat ihren Ursprung in hochenergetischer kosmischer Strahlung. Diese kann nämlich zur Entstehung eines instabilen Pions π^\pm führen, welches sehr schnell zu einem Myon und des Neutrino zerfällt:

$$\pi^\pm = \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$$

Das dabei entstandene Myon ist ebenfalls nicht stabil und die meisten zerfallen somit bevor sie die Erde erreichen mit folgenden Gleichung:

$$\mu^\pm = e^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu) + \nu_e(\bar{\nu}_e)$$

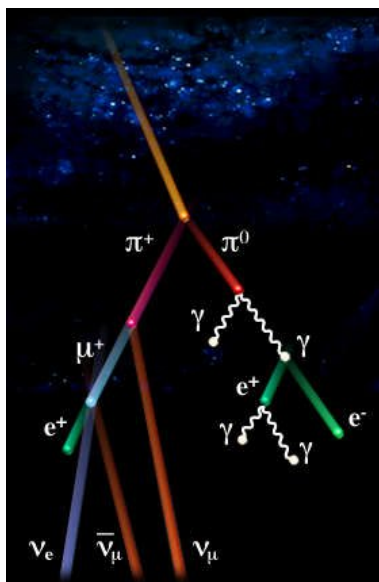


Abbildung 3: Entstehung der Neutrinos in der Atmosphäre [8]

Nehmen wir nun an, dass alle Myonen auf dem Weg zur Erde zerfallen, so erwarten wir ein Verhältnis von Elektron- zu Myonenneutrino von

$$\frac{\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu}{\nu_e + \bar{\nu}_e} = \frac{2}{1}$$

In Realität zerfallen jedoch nicht alle Myonen bevor sie auf die Erde treffen und somit ist das gefundene Verhältnis etwas kleiner als zwei. Aus diesem Grund wird die erwartete Rate der Neutrinos über eine Monte-Carlo-Simulation bestimmt und dies dann mit dem Ergebnis verglichen.

$$R = \frac{\left(\frac{N_{\nu_\mu}}{N_{\nu_e}}\right)_{\text{experiment}}}{\left(\frac{N_{\nu_\mu}}{N_{\nu_e}}\right)_{\text{Simulation}}}$$

Die Entfernung des Entstehungsortes von dem Standort des Detektors, sprich die Oszillationslänge, ist für atmosphärische Neutrinos sehr unterschiedlich (von 10 km bis 12000 km)(Abb. (4)). Außerdem besitzen die Neutrinos sehr unterschiedliche Energien, welche von den einfallenden kosmischen Strahlen abhängen.

Aus Messungen von atmosphärischen Neutrinos am Superkamiokande ergeben sich einige Hinweise auf Neutrinooszillationen.

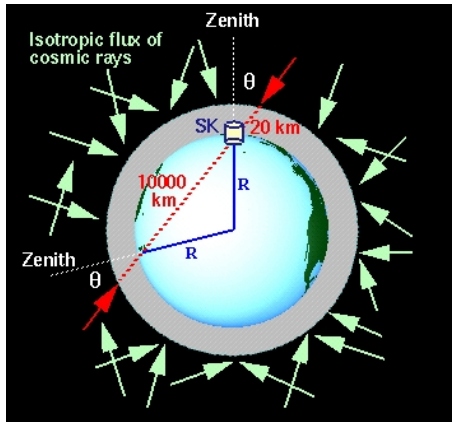


Abbildung 4: Abhängigkeit der Oszillationslänge vom vom Entstehungsort [9]

- Es werden weniger Myonneutrinos gemessen, als erwartet ($R = 0.6$ anstatt $R = 1$)
- Man erhält eine Asymmetrie in der Abhängigkeit vom Zenithwinkel für die Myonneutrinos (siehe Abb. (5))

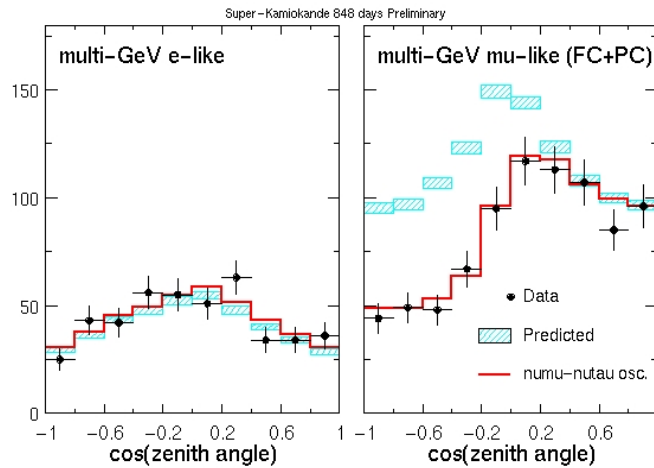


Abbildung 5: links: Anzahl der Elektronereignisse unter den verschiedenen Winkeln, rechts: Myonereignisse; $\cos \Phi_z$ um -1 bedeutet lange Oszillationslängen [9]

Da die Anzahl der Elektroneneutrinos für lange Oszillationslängen ($\cos \Phi_z = -1$ gleich denen für kurze ist ($\cos \Phi_z = 1$), jedoch die Anzahl der Myonneutrinos mit langer Oszillationslänge abnimmt, wird eine Übergang $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ angenommen. Analysiert man die verschiedenen $(\frac{L}{E})$ -Ergebnisse, die man am Superka-

miokande erhalten hat,so erhält man:

$$\sin \Theta = 1 \pm 0.1 \text{ und } \delta m_{\mu,\tau} = 2 \pm 1 \times 10^{-3} \text{ eV}^2 \quad (16)$$

3.1.2 in Beschleuniger erzeugte Neutrinos

Die letzte noch fehlende Quelle von Neutrinos sind in Beschleunigern erzeugte Neutrinos. Der Vorteil hierbei ist, dass man die Energie der Neutrinos sehr genau variieren kann. Hergestellt werden die Neutrinos beispielsweise durch den Beschuß einer dünnen Metallfolie mit Protonen. Dabei entstehen Pione, die wie bei den atmosphärischen Neutrinos gezeigt in Elektron- und Myonenneutrinos zerfallen. Der Strahl der Neutrinos wird dann auf einen Detektor gerichtet. Dabei unterscheidet man bei der Detektion zwischen "short-baseline"- und "long-baseline"-Experimenten. Bei einem "short-baseline"-Experiment ist der Detektor in der Nähe der Quelle (einige 100 m), bei einem "long-baseline"-Experiment in größerer Entfernung (einige 100 km), aufgestellt.

Einen hohen Bekanntheitsgrad hat das "LSND"-Experiment am "Los Alamos National Laboratory" erreicht, da die Interpretation der hier gewonnenen Ergebnisse eine zusätzliche Neutrinoart, sogenannte "sterile Neutrinos", verlangt und somit eine Verletzung des Standardmodells darstellt. Das britisch-deutsche Experiment "KARMEN", welches an der Neutronen-Spallation-Einrichtung ISIS am "Rutherford Appleton Laboratory" durchgeführt wurde, verwendete eine sehr ähnliche Neutrinoquelle, konnte jedoch die Ergebnisse nicht bestätigen. Diese wissenschaftliche Kontroverse konnte erst im Rahmen des "MiniBooNE"-Experiments am "Fermilab" zu Gunsten von "KARMEN" beigelegt werden. In der Juni-Ausgabe des Physik-Journals (S. 24f) ist ein Artikel zu diesem Thema erschienen. [12]

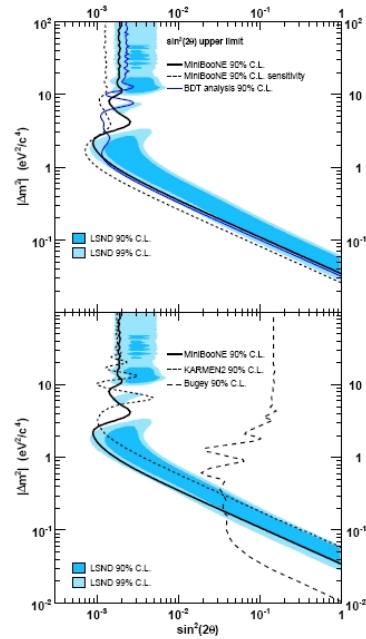


Abbildung 6: von MiniBooNE gewonnene Messwerte im Vergleich zu KARMEN und LSND, man erkennt die gute Übereinstimmung mit Karmen [4]

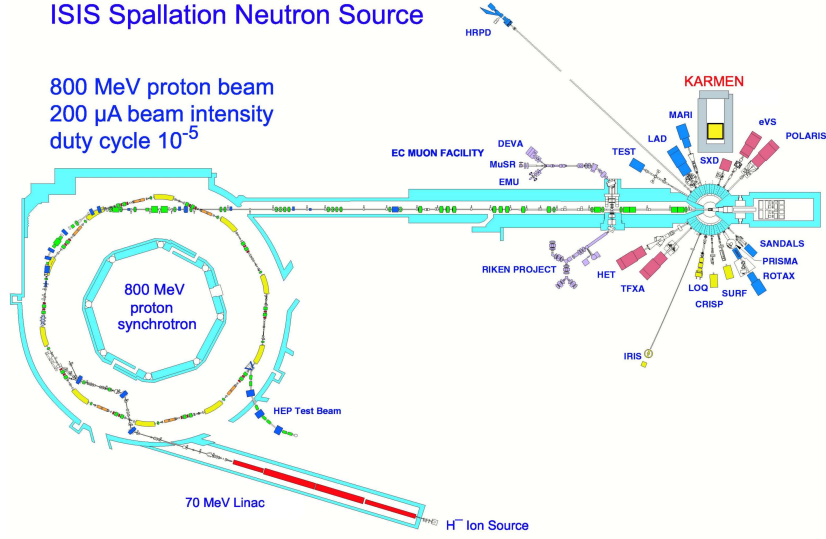


Abbildung 7: KARMEN-Experiment; rechts: Protonen-Quelle, links: Detektoren, u.a. KARMEN [10]

4 Die MNS-Mischmatrix

Im Abschnitt 2.1.1 wurde zur Transformation der Flavourzustände in die Massenzustände die Matrix U_{ij} eingeführt, ohne diese jedoch genauer zu spezifizieren. Wir wollen dies nun in diesem Abschnitt nachholen. Die Transformationsmatrix, bekannt als Maki-Nakagawa-Sakata-Pontecorvo Matrix (MNSP-Matrix), hat die folgende Form:

$$U_{\text{MNSP}} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$= \underbrace{\begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} \times \underbrace{\begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix}}_{\nu_e \rightarrow \nu_\tau} \times \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau} \quad (18)$$

$$\times \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta} \end{pmatrix}}_{\text{Phase wg. CP-Verletzung}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\Phi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\Phi_2} \end{pmatrix}}_{\text{Phasen wg. Majorana-Hypothese (noch nicht geklärt)}} \quad (19)$$

Hierbei gilt: $c_{ij} = \cos \Theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \Theta_{ij}$

Die Werte der Matrix für den Übergang $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ können aus den Experimenten zu den solaren Neutrinos gewonnen werden. Für die $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ -Matrix erhält

man die Werte über atmosphärische Neutrinos. Aus zukünftigen Beschleuniger- oder Reaktor-Experimenten erhofft man sich genaue Werte für den Übergang $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$. Wir können jedoch die schon gefundenen Werte für die verschiedenen Übergänge verwenden, um sie in die MNSP-Matrix einzusetzen:

Größe	Wert
Θ_{12}	34
Θ_{13}	13
Θ_{23}	37
δm_{12}	$8.0^{+0.4}_{-0.3} \times 10^{-5} eV^2$
δm_{13}	1.9 bis $3.0 \times 10^{-3} eV^2$

Tabelle 2: Experimentell ermittelte Werte für Mischwinkel und Massenunterschiede [11]

$$U_{\text{MNSP}} = \begin{pmatrix} 0.807 & 0.544 & 0.225 \\ -0.559 & 0.732 & 0.586 \\ 0.187 & -0.575 & 0.778 \end{pmatrix} \times M_{\text{Phase}}$$

Aus dieser Matrix ergibt sich somit für ein Elektronneutrino folgende Zusammensetzung aus den Masseeigenzuständen:

$$\nu_e = 0.877\nu_1 + 0.544\nu_2 + 0.225\nu_3$$

Ein weiterer Punkt, der durch zukünftige Experimente geklärt werden soll, ist, ob Neutrinos Dirac-Teilchen oder Majorana-Teilchen sind. Falls das Neutrino ein Dirac-Teilchen, zu denen beispielsweise das Elektron zählt, ist, hat sein Antiteilchen einen anderen Zustand. Da das Neutrino aber neutral ist und somit experimentell kein Unterschied feststellbar ist, könnte es ebenso ein Majorana-Teilchen sein, für die Teilchen und Antiteilchen den gleichen Zustand besitzen.

5 Quellenangabe

1. Christoph Berger, Elementarteilchenphysik; Springer, Berlin, 1992, Kapitel "Standardmodell"
2. A. Ereditato, Present and future of neutrino oscillation experiments; Springer-Verlag, 2002, DOI 10.1007/s1010502cs138
3. K.T. Lesko, Neutrino experiments; Springer-Verlag, 2004, DOI 10.1140/epjcd/s2004-03-1693-8
4. A. A. Aguilar-Arevalo et al., A Search for Electron Neutrino Appearance at the $\Delta m^2 \approx 1eV^2$ Scale; arXiv:0704.1500v3 [hep-ex]
5. V.N. Gribov and B.M. Pontecorvo, Neutrino astronomy and lepton charge; Phys. Lett. B 28, 493-496 (1969)
6. S.P. Mikheyev and A.Y. Smirnov, Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy; Soviet Journal Nuclear Physics 42, 913-917 (1985)
7. Alexander Floßdorf, Neutrinooszillationen-Ausarbeitung zum Seminarvortrag; RWTH Aachen, 2002
8. CERN Webpage, <http://livefromcern.web.cern.ch>
9. Boston University, <http://hep.bu.edu/~superk/osc.html>
10. Forschungszentrum Karlsruhe, <http://www-ik.fzk.de/www/karmen/>
11. Particle Data Group Homepage, <http://pdg.lbl.gov/2006/tables/lxxx.pdf>
12. DPG, Physik-Journal; Wiley-VCH Verlag, Ausgabe 6 (2007)
13. Solving the Mystery of the Missing Neutrinos, John N. Bahcall; http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/articles/bahcall/index.html, 2004