

Universität Regensburg

Fakultät Physik

WS 09/10

Wolfgang Gebhardt und Andreas Schäfer

Ausbildungsseminar „Wetter und Klima“

Vortrag „Vertikale Luftbewegungen“

Referentin: Johanna Kirschner

30.10.2009

## Gliederung

1. 1. Hauptsatz der Thermodynamik
  - 1.1. 1. Formulierung
  - 1.2. 2. Formulierung
2. Trockene Luft
  - 2.1. Trockenadiabatische Prozesse und trockenadiabatischer Temperaturgradient
  - 2.2. Stabilitätskriterien trockener Luft
  - 2.3.. Potentielle Temperatur
3. Feuchtigkeit in Luftpaketen
  - 3.1. Feuchtadiabatische Prozesse und feuchtadiabatischer Temperaturgradient
  - 3.2. Stabilität feuchter Luft
4. Radiosondenaufstieg („Temp“)
5. Föhn
6. Literaturangabe

## 1. 1.Hauptsatz der Thermodynamik

### 1.1. 1. Formulierung

Betrachtet man in der Thermodynamik ein trockenes Luftpaket, dem von außen Wärme (z. B. in Form von Strahlung oder Wärmeleitung) verrichtet wird, so kann das Luftpaket in Folge externe Arbeit  $W$  (Expansion) verrichten. Wegen der Energieerhaltung ändert sich die innere Energie des Luftpakets  $U$  (nämlich die kinetische Energie der Moleküle) gemäß

$$dU = dQ - dW$$

Die externe Arbeit eines idealen Gases (dessen Moleküle nicht miteinander wechselwirken) ist

$$dW = p dV$$

Für ein ideales Gas gilt, dass seine innere Energie nur eine Funktion der Temperatur  $T$  ist, also

$$dQ = C_v dT + p dV$$

wobei  $C_v$  die spezifische Wärme des Gases bei konstantem Volumen ist.

Für ein Luftpaket der Einheitsmasse 1 kg (hier: Kleinbuchstaben) erhält man die 1. Formulierung des **1. Hauptsatz der Thermodynamik** (für trockene Luft)

$$dq = c_v dT + p d\alpha$$

mit  $c_v = 717 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ .  $\alpha$  ist dabei das spezifische Volumen [ $1/\rho$ ].

### 1.2.1. 2. Formulierung

Die 2. Formulierung des 1. Hauptsatzes erhält man u. A. mithilfe der idealen Gasgleichung

$$p V = (N M) R T$$

(mit N: Molenzahl, M: Molmasse,  $R = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  : Gaskonstante trockener Luft)

bzw.  $p \alpha = R T$  (für das Einheitspaket)

Nach Umformungen erhält man die 2. Formulierung:

$$dq = c_p dT - \alpha dp \quad \text{bzw.} \quad dq = c_p dT - \frac{RT}{p} dp$$

wobei  $c_p = c_v + R = 1004 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  die spezifische Wärme trockener Luft bei konstantem Druck ist. Die Wärme, die nötig ist, um ein Luftpaket bei gleich bleibendem Druck um 1 K zu erhitzen ist also höher als die benötigte Wärme bei gleich bleibendem Volumen, da die Luft im 1. Fall beim Ausdehnen zusätzliche Arbeit verrichtet.

## 2. Trockene Luft

### 2.1. Trockenadiabatische Prozesse und Herleitung des trockenadiabatischen Temperaturgradienten

Adiabatische Prozesse sind Prozesse, bei denen weder Wärme zu- noch abgeführt wird, also gilt

$$dq = 0 \quad \text{und somit:} \quad c_p dT = \alpha dp \quad (*)$$

Für ein Luftpaket kann man annehmen, dass es adiabatischen Prozessen unterliegt, wenn keine Konvektion oder Strahlungsenergie im Spiel ist. Strahlungsenergie tritt vor allem in der oberen Troposphäre und in der Stratosphäre auf. Da Luft eine geringe Wärmeleitfähigkeit hat, kann man von außen zu- oder abgeführte Wärme vernachlässigen.

Aus dem Vortrag von Mirko Ribow ist die hydrostatische Gleichung (Abnahme des Drucks bei Anhebung eines Luftpakets) bekannt:

$$dp = -\rho g_n dh$$

Setzt man diese in (\*) ein, und ersetzt  $\alpha$  durch  $1/\rho$ , folgt:

$$\frac{dT}{dh} = -\frac{g_n}{c_p}$$

Bemerkung: Formt man diese Gleichung etwas um, erhält man einen Ausdruck für die Umwandlung von Wärmeenergie (z. B. Wärmeabgabe des Bodens in höherliegende Luftschichten) in potentielle Energie:

$$c_p dT + g_n dz = 0$$

Man definiert nun den trockenadiabatischen Gradienten  $\Gamma$  und den aktuellen Gradienten  $\gamma$  wie folgt:

$$\Gamma = -\left(\frac{dT}{dh}\right)_{\text{trockenadiabatisch}} \quad \gamma = -\left(\frac{dT}{dh}\right)_{\text{Luft}}$$

wobei  $\Gamma = 9,8 \text{ K km}^{-1}$  und somit ein fester Wert, unabhängig von der Beschaffenheit der Atmosphäre, ist.

#### Einschub: Begriff Luftpaket

Aus praktischen Gründen verwendet man in der Physik den Begriff des Luftpaketes. Innerhalb eines Luftpaketes herrschen einheitliche Eigenschaften (z. B. bezüglich Druck, Temperatur). Diese Annahme ist gerechtfertigt, da die Mischung von Molekülen im Paket mit Molekülen der Umgebung wegen der statistischen Molekülbewegung keinen Einfluss hat. Die Größe eines Luftpaketes kann von cm bis zu einigen 100 m variieren. Der Transport zwischen verschiedenen Luftschichten wird durch den Austausch von Luftpaketen beschrieben.

## 2.2. Stabilitätskriterien trockener Luft

Ob sich ein Luftpaket im Gleichgewicht befindet, hängt davon ab, wie groß Gravitationskraft  $F_g$  und Druckgradientenkraft  $F_p$  sind. Dabei hängt  $F_g$  von der Dichte des Luftpaketes und  $F_p$  von der Dichte der Umgebungsluft ab.

Es gibt drei Fälle:

Absinken des Pakets:  $F_g - F_p > 0$

Kräftegleichgewicht:  $F_g - F_p = 0$

Aufsteigen des Pakets:  $F_g - F_p < 0$

Was passiert aber, wenn das Paket eine Auslenkung aus seiner Ruhelage  $\Delta z$ , z. B. durch einen Windstoß nach oben, erfährt? Bei der Anhebung dehnt sich das Paket aus (es verrichtet Expansionsarbeit, um im Gleichgewicht mit dem Druck der Umgebungsluft zu stehen). Ist der Prozess adiabatisch, folgt die Temperatur dem adiabatischen Temperaturgradienten  $\Gamma$ . Die Umgebungsluft folgt aber nicht notwendigerweise dem selben Temperaturgradienten, sie kann also wärmer oder kälter als das Luftpaket sein.

### Fall 1: Stabiles Gleichgewicht

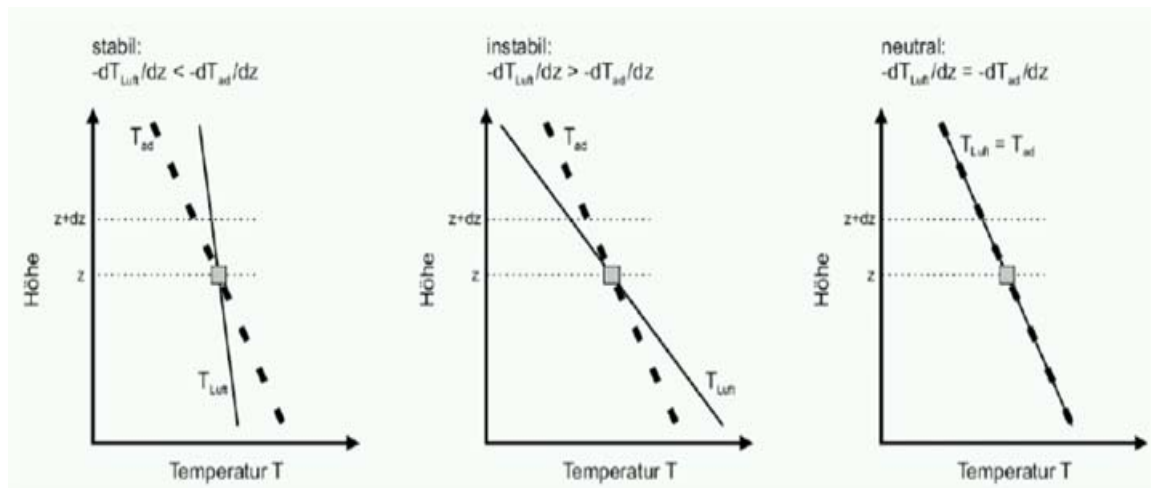
Ist das Luftpaket kälter als die Umgebungsluft, hat aber den gleichen Druck, muss das Paket wegen des idealen Gasgesetzes eine größere Dichte haben ( $T_1\rho_1 = T_2\rho_2$ ). Damit wirkt aber auch eine größere Gravitationskraft und das Paket muss absinken, solange, bis es zur Ausgangslage zurückkehrt. Analoges gilt für eine Auslenkung nach unten.

### Fall 2: Instabiles Gleichgewicht

Ist das Luftpaket in der Höhe  $z + \Delta z$  wärmer als die Umgebung, hat es eine niedrigere Dichte, ist dementsprechend „leichter“ als seine Umgebung und steigt weiter auf.

### Fall 3: Neutrales Gleichgewicht

Das Luftpaket hat in der Höhe  $z + \Delta z$  die gleiche Temperatur wie seine Umgebung.



### 2.3. Potentielle Temperatur

Die potentielle Temperatur ist die Temperatur, die ein beliebiges Luftpaket erreichen würde, wenn es von seiner aktuellen Lage adiabatisch auf 1000 hPa komprimiert/expandiert würde. Man komprimiert/expandiert also ein Luftpaket mit Druck  $p$  und Temperatur und erhält den Druck  $p_0$  sowie die potentielle Temperatur  $\theta$ .

Herleitung zur potentiellen Temperatur:

Da es sich um ein adiabatisches Luftpaket handelt, gilt

$$dq = 0 \quad \text{und somit:} \quad c_p dT = \frac{RT}{p} dp \mapsto \frac{c_p}{R} \ln \frac{T}{\theta} = \ln \frac{dp}{p_0} \mapsto \theta = T \left( \frac{p_0}{p} \right)^{\frac{R}{c_p}}$$

wobei  $\frac{R}{c_p} = 0,286$ .

Die potentielle Temperatur ist eine Erhaltungsgröße eines adiabatischen Luftpaketes (dies gilt also nicht für Prozesse, bei denen Wärmeaustausch z. B. in Form von Strahlung oder Kondensation stattfindet), weshalb es sich auf einer Fläche konstanter potentielle Temperatur (sogenannte „Isentrope“) bewegen muss. Die potentielle Temperatur wird aus diesem Grund gerne zur meteorologischen Beurteilung eines Luftpaketes verwendet.

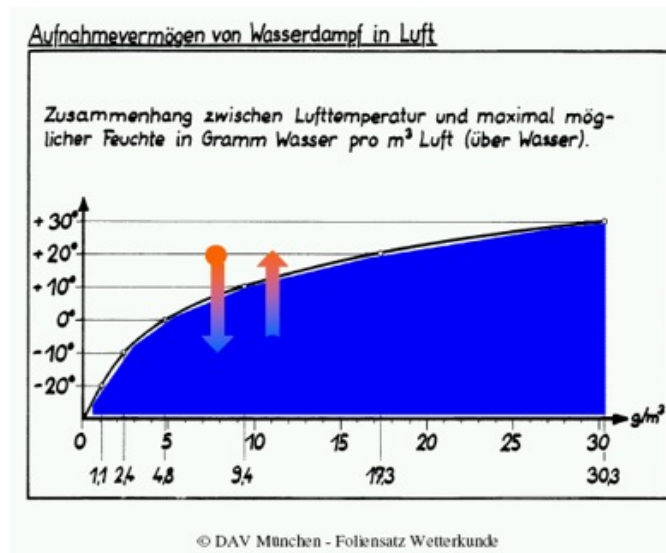
### 3. Feuchtigkeit in Luftpaketen

#### 3.1. Feuchtadiabatische Prozesse und feuchtadiabatischer Temperaturgradient

Der Wasserdampfgehalt eines Luftpaketes wird u. a. durch die Größen relative Feuchte und Taupunkt angegeben. Diese sind wie folgt definiert:

$$\text{Relative Feuchte: } f = \frac{e}{e_0} \cdot 100 [\%]$$

wobei  $e$  der aktuelle Dampfdruck (also der Druck des Wasserdampfes) und  $e_0$  der Sättigungsdampfdruck ist (also der Partialdruck des gasförmigen Wasser, bei dem gleich viel



Flüssigkeit verdunstet wie Gas kondensiert).

Der Sättigungsdampfdruck ist abhängig von der Temperatur, da die Luft mit steigender Temperatur mehr Wassermoleküle aufnehmen kann, ohne dass Kondensation stattfindet.

Kondensation bzw. Wolkenbildung findet übrigens nicht erst ab einer relativen Feuchte von 100 %, sondern

meist schon ab  $f = 80\%$  statt. Dies jedoch hängt sehr stark von der Art der Kondensationskeime in Atmosphäre ab, für die Kondensation sind hydrophile Partikel nötig.

#### Der feuchtadiabatische Temperaturgradient:

Bisher wurden nur trockenadiabatische Luftpakete betrachtet. In den meisten Fällen enthält die Luft jedoch auch Wasser. Der feuchtadiabatische Temperaturgradient muss verwendet werden, sobald das Wasser kondensiert.

Man ändert die Formel folgendermaßen ab:



$$\left(\frac{dT}{dz}\right)_{\text{feucht}} = -\left(\frac{g}{c_{p,\text{feucht}}}\right)$$

wobei  $c_{p,\text{feucht}} = s c_{p,\text{Wasserdampf}} + (1-s) c_{p,\text{trocken}}$

und  $s$  ist die spezifische Feuchte (also der Anteil der Masse des Wassers an der Gesamtmasse):

$$s = \frac{m_W}{m_W + m_L}$$

Die spezifischen Wärmekapazitäten für feuchte bzw. trockene Luft sind:

$$c_{p,\text{feucht}} = 1860 \text{ J K}^{-1}\text{kg}^{-1}; \quad c_{p,\text{trocken}} = 1004 \text{ J K}^{-1}\text{kg}^{-1}$$

Wasser besitzt eine „latente Wärme“, die beim Kondensieren freiwird, und in der Energiebilanz einen zusätzlichen Term schafft:

$$L_v dw_s = c_p dT + g dz$$

mit  $L_v = 2,5 \cdot 10^6 \text{ J kg}^{-1}$  (latente Wärme)

und  $dw_s = d \frac{m_w}{m_L}$ , dem Mischungsverhältnis von Wasserdampf bei Sättigung.

Man erhält nach einigem Rechnen:

$$\Gamma_f = \frac{\Gamma}{1 + \frac{L_v}{c_p} \left(\frac{\partial w_s}{\partial T}\right)_p}$$

$$\left(\frac{\partial w_s}{\partial T}\right)_p > 0 \quad \mapsto \quad \Gamma_f > \Gamma$$

Mit steigender Temperatur nimmt auch der Massenanteil des Wassers in der Luft zu, weshalb der feuchtadiabatische Temperaturgradient geringfügig größer als der trockenadiabatische ist (also ist die feuchtadiabatische Temperaturabnahme mit der Höhe geringer als die trockenadiabatische).

Anschaulich lässt sich dies folgendermaßen erklären: Die bei der Kondensation freiwerdende latente Wärme kompensiert zum Teil den Verlust an innerer Energie beim Aufsteigen und Abkühlen des Luftpakets. D. h., es wird latente (gespeicherte) in fühlbare Wärme (kinetische Energie) umgewandelt.

Diese Wärme bzw. Energie verbleibt strenggenommen nur dann vollständig im Luftpaket, sofern es nicht zu Niederschlägen kommt. Bei Niederschlägen ist der Prozess nur „pseudoadiabatisch“ – trotzdem rechnet man in Näherungen mit einem adiabatischen Prozess.

In der kalten oberen Troposphäre z. B., in der wegen der niedrigen Temperatur wenig kondensierbarer Wasserdampf vorhanden ist, nähert sich der feuchtadiabatische dem trockenadiabatischen Gradienten an:

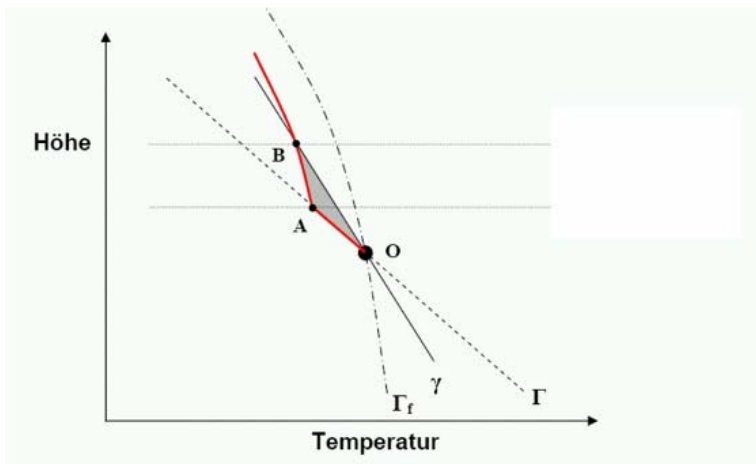
$$\left( \frac{\partial w_s}{\partial T} \right)_p \rightarrow 0 \quad \mapsto \Gamma_f \rightarrow \Gamma = 9,8 K km^{-1}$$

### 3.2. Stabilität feuchter Luft

Bei der Betrachtung der Stabilität feuchter Luftpakete ergeben sich im Gegensatz zu trockenen Luftpaketen drei unterschiedliche Fälle:

Absolut stabil ist ein Luftpaket, wenn gilt:	$\gamma < \Gamma_f$
Feuchtlabil, wenn:	$\Gamma_f < \gamma < \Gamma$
Und absolut instabil für:	$\gamma > \Gamma_f$

‘Feuchtlabil’ ist ein Luftpaket in stabilem Zustand, das aber bei genügend großem Arbeitsaufwand (Stoß nach oben, z. B. durch Wind) kondensiert. Die Freiwerdung latenter Wärme führt zum weiteren Aufstieg.



In der Graphik wird ein Luftpaket im Punkt O künstlich auf die Höhe A angehoben. Es folgt dabei dem trockenadiabatischen Gradienten, da noch kein Wasser kondensiert ist.

In A liegt das Kondensationsniveau, d. h.,

beim weiteren Anheben bis B ändert sich die Temperatur gemäß des feuchtadiabatischen Gradienten.

Nach B erfolgt nun ein selbstständiger weiterer Aufstieg, da die Temperatur des Luftpakets nun über der Umgebungstemperatur liegt. Die graue Fläche ist ein Maß für die Arbeit, die zum Anheben nötig ist, bis der labile Zustand eintritt.

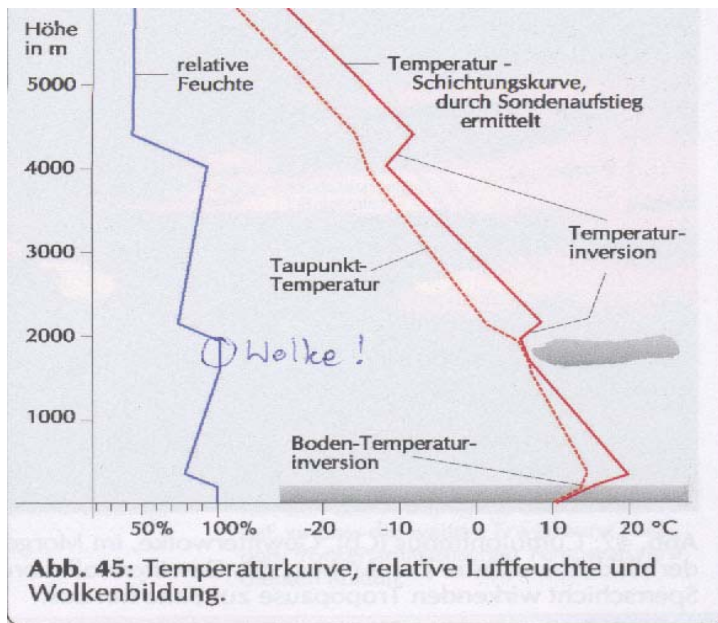
#### 4. Radiosondenaufstieg („Temp“)

Ballonaufstiege, in der Meteorologie auch „Temp“ genannt, sind Messungen durch an Heliumballonen befestigte Radiosonden, die in die Atmosphäre aufsteigen. Die Sonden vermessen währenddessen verschiedene Größen, wie Temperatur, Taupunkt, Luftfeuchte, Luftdruck und Position. Die Ergebnisse funkt die Sonde an die Messstation. Da die Ballone bei Wind nicht vollkommen vertikal aufsteigen, besitzen sie außerdem GPS, d. h., sie geben

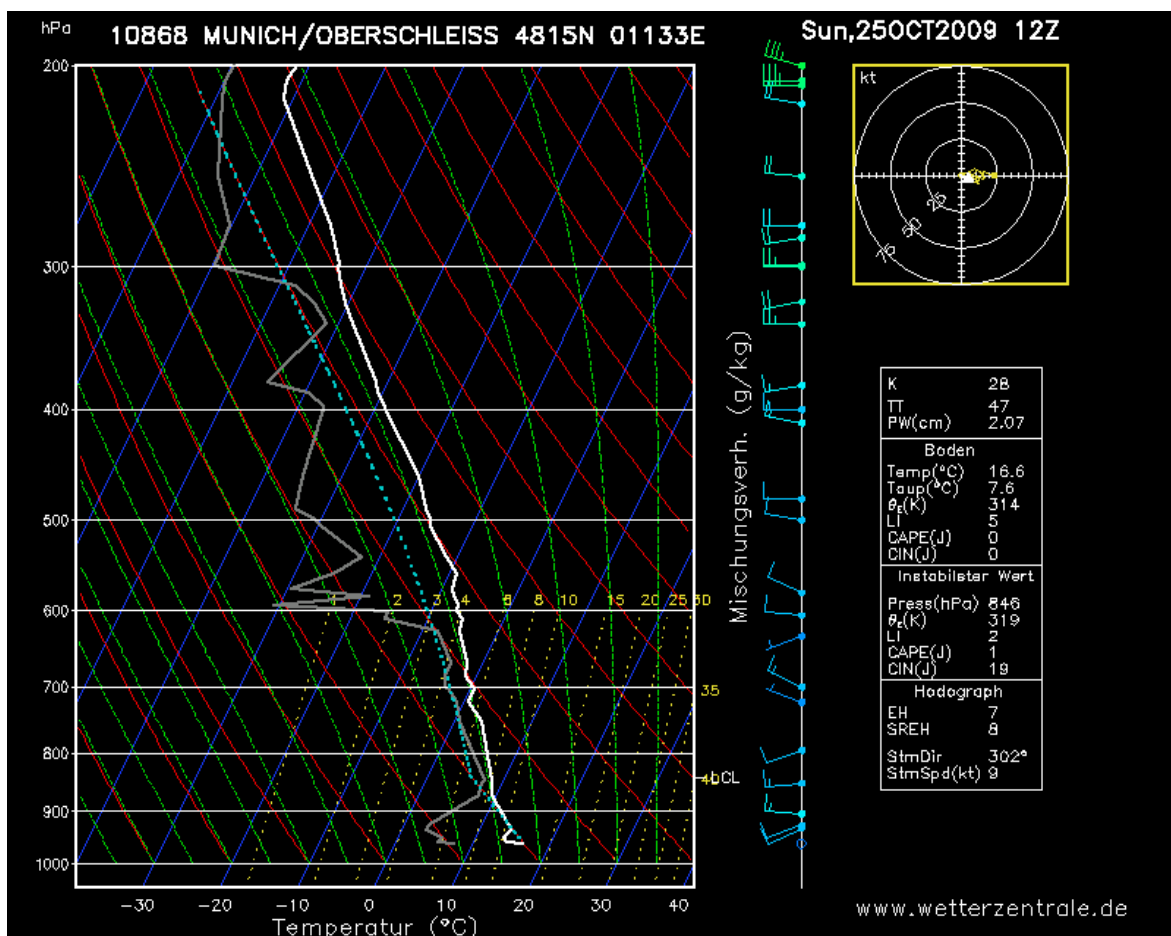


Oben: Foto einer Radiosonde

Auskunft über Windrichtung und -stärke in verschiedenen Höhen. In der Messstation können somit auch labile und stabile Schichtungen und Inversionen der Atmosphäre bestimmt werden. Die Temps sind besonders wichtig zur Flugwetterprognose.



links: einfaches Diagramm eines Ballonaufstieges. Wolkenbildung erkennt man an einer relativen Feuchte von 100 % bzw. am Erreichen der Taupunkttemperatur. Durch die Temperaturinversion am Boden hält sich dort der Nebel.



oben: Beispiel eines Temps, gemessen am 25. Oktober 2009 in München.

Aus einem Temp wie dem obigen kann man sehr viele Informationen ablesen, u. a. folgende:

Die weiße, fette Linie gibt die Temperatur, die graue die Taupunkttemperatur an.

Die blauen Linien sind Isothermen, im Gegensatz zum einfacheren Temp (Diagramm weiter oben) sind diese um 45° gekippt – dadurch entsprechen im Diagramm gleiche Flächen gleichen Energien.

Isobaren sind die waagrechten durchgezogenen schwarzen Linien, Trockenadiabaten (gleiche potentielle Temperatur) die gestrichelten grünen Linien und Feuchtadiabaten die gestrichelten roten Linien.

Außerdem werden die Windgeschwindigkeiten und –Richtungen in verschiedenen Höhen angegeben.

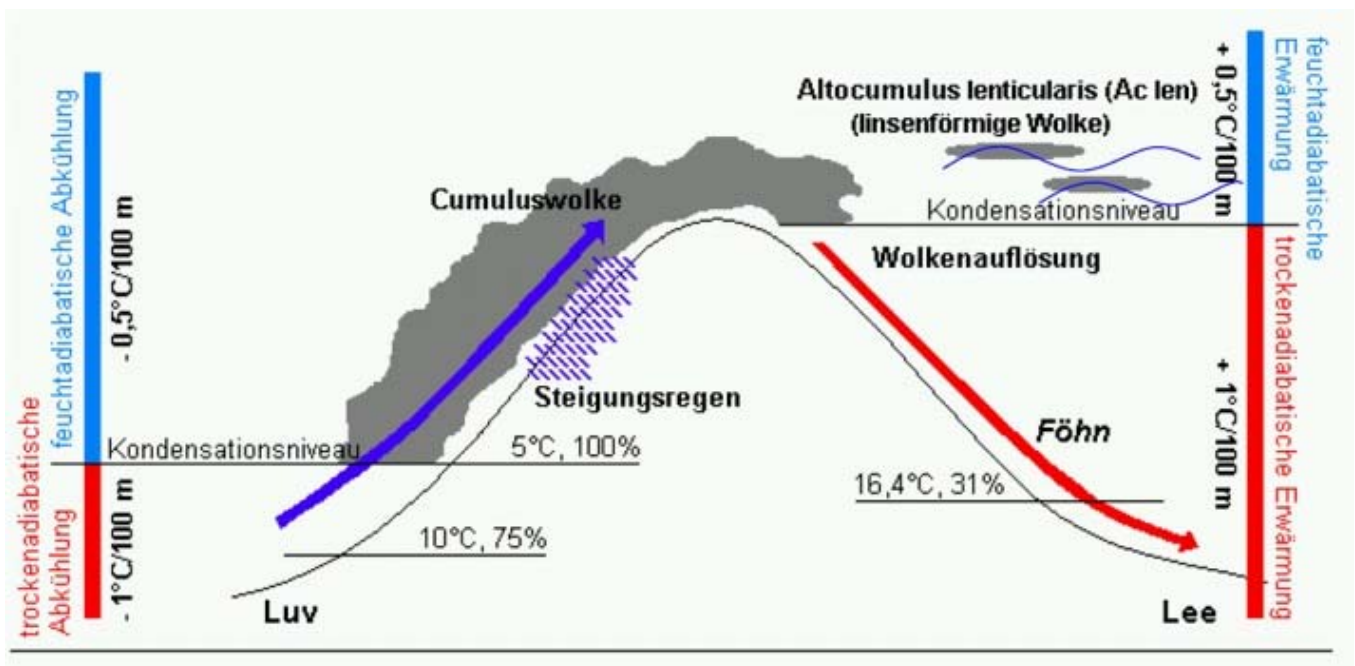
Die gelben Zahlen geben das Mischungsverhältnis (g Wasser pro kg Luft) an.

„TT“ und „K“ sind zwei Stabilitätsindizes, die die Wahrscheinlichkeit angeben, dass ein Gewitter auftritt. Man berechnet diese Indizes mithilfe der (Taupunkt-)Temperaturen bei verschiedenen Drücken (also in verschiedenen Höhen). Z. B. gilt für den K-Index:

$$K\text{-Index} = T(850) - T(500) + T_d(850) - [ T(700) + T_d(700) ]$$

K-Index	wahrscheinliche Witterung
< 15	keine Wolken
< 20	keine Gewitter
21-25	Schwach möglich (20-40 %)
26-30	Schwach möglich (> 40 %)
31-35	Schwach möglich (40-60 %)
36-40	zahlreiche Schwach und Gewitter wahrscheinlich (> 60%)
> 40	zahlreiche Schwach und z. T. schwere Gewitter wahrscheinlich (> 80%)

## 5. Föhn



Erläuterung des Schemas:

Der Föhn ist ein Phänomen, das häufig im bayrischen Voralpenland auftritt. Es kommt im Wesentlichen dadurch zustande, dass eine Luftmasse (aufgrund von Druckunterschieden) gegen ein Gebirge stürmt (also von Süden, dem Luv her gegen die Alpen). Dieses Hindernis zwingt die Luft zum Aufstieg, welche sich zunächst trockenadiabatisch mit ca.  $1^\circ\text{C}$  pro  $100\text{m}$  abkühlt. Nach dem Erreichen des Kondensationsniveaus bilden sich Wolken und es setzt der sogenannte „Steigungsregen“ ein. Die weitere Abkühlung erfolgt feuchtadiabatisch mit nur noch ca.  $0,5^\circ\text{C}$  pro  $100\text{m}$  Höhe, bis die Luftmasse den Gipfel erreicht hat. Das folgende Absteigen und Erwärmen erfolgt feuchtadiabatisch. Im Unterschied zum Luv jedoch liegt im Lee das Kondensationsniveau wesentlich höher, denn die Wolken haben sich beim Luv-Aufstieg teilweise abgereget, d. h. die Luft enthält beim Abstieg weniger Feuchtigkeit als vorher. Nach der Kondensation erwärmt sich die Luft trockenadiabatisch, und zwar ca. doppelt so „schnell“ wie die feuchte Luft, was zu einem warmen Fallwind (Föhn) führt.

## **6. Literaturangabe**

Berthold Wiedersich: TaschenAtlas Wetter, Klett Perhes Verlag, Gotha, 2. Auflage 2006

Dominik Brunner: Einführung in die Chemie und Physik der Atmosphäre – 2. Thermodynamik, S. 22-39

<http://www.wetterzentrale.de/pics/10868.html>

<http://www.wetterzentrale.de/topkarten/tkbeote.html> (Radiosondenaufstiege  
verschiedener Orte)

<http://www.uni-koeln.de/math-nat-fak/geom/meteo/winfos/radiosonden/Europa/radiosondengrafiken.pdf> (ausführliche  
Erklärung zu Radiosondengrafiken)

<http://www.gleitsegelwetter.de/Meteorologie/Meteo-Infobox/Sondenaufstieg-Temp/>

[http://www.alpenverein-darmstadt.de/uploads/media/wetterkunde\\_vortrag\\_2009.pdf](http://www.alpenverein-darmstadt.de/uploads/media/wetterkunde_vortrag_2009.pdf)