

1. **Lorentzkraft**

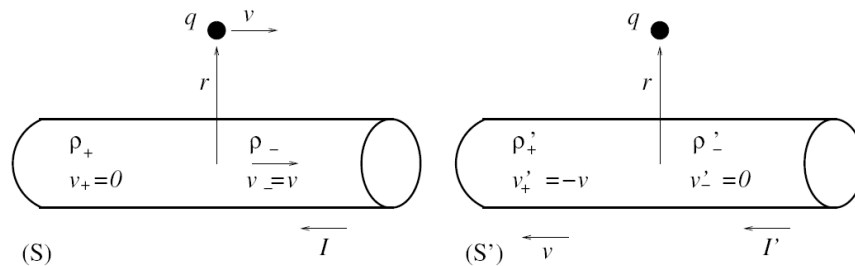
Lass uns die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen einem Draht mit Strom I und einer Ladung q beschreiben. (Siehe Abbildung, ρ_{\pm} sind die Ladungsdichten mit $\rho_+ + \rho_- = 0$.) Im Bezugssystem (S) ist die Wechselwirkungskraft zwischen dem Draht und der Ladung nichts anderes als die Lorentzkraft

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}, \tag{1}$$

wobei

$$B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{2I}{r} \tag{2}$$

das Magnetfeld des Drahts ist.



Zeigen Sie, dass im Bezugssystem (S') die Lorentzkraft genau denselbe Ausdruck hat, obwohl die Geschwindigkeit der Ladung q null ist.

Hinweis: Relativistische Effekte sind nicht zu übersehen! Die Ladungsdichte hängt von dem Volumen ab, und das Volumen des Drahts ist nach der Lorentz-Transformation von der Geschwindigkeit abhängig!

6 Punkte

2. **Lorentz-Transformation des elektromagnetischen Felds I**

Die Beziehung zwieschen den Raum-Zeit-Koordinaten (ct, x, y, z) eines Koordinatensystems X und (ct', x', y', z') eines Koordinatensystems X' , das sich relativ zu X mit der konstanten Geschwindigkeit v in z -Richtung bewegt, ist durch die Lorentz-Transformation

$$ct' = \gamma ct - \gamma\beta x, \quad x' = -\gamma\beta ct + \gamma x, \quad y' = y, \quad z' = z, \tag{3}$$

mit $\beta = v/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ gegeben. Allgemein schreibt man dafür $x'^{\mu} = a_{\mu}^{\nu} x^{\nu}$, wobei $\mu = 0, 1, 2, 3$, $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, und über jeweils gleiche Indizes summiert wird.

a) Stellen Sie die Matrix a_{μ}^{ν} für die oben angegebene Bewegung von X' auf.

1 Punkt

b) Das elektromagnetische Feld wird durch den antisymmetrischen Tensor

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

beschrieben. Bestimmen Sie $F'^{\mu\nu} = a_{\mu}^{\alpha} F^{\alpha\beta} (a^T)_{\beta}^{\nu'}$ und daraus die Form des elektromagnetischen Feldes \mathbf{B}' , \mathbf{E}' im bewegten System.

2 Punkte

3. Lorentz-Transformation des elektromagnetischen Felds II.

Diese Aufgabe knüpft an Aufgabe 2.

a) In X existiere ein Feld \mathbf{E} von einem unendlich langen geladenen Draht mit Ladungsdichte λ , der auf der x -Achse liegt. Bestimmen Sie die Felder \mathbf{B}' , \mathbf{E}' , die der Beobachter in X' sieht.

2 Punkte

b) Betrachten Sie den Fall $v \ll c$.

1 Punkt