Fakultät für Physik
Prof. Milena Grifoni, Prof. Rupert Huber WS 2011/2012

Übungen zu Integrierter Kurs II - Festkörper und Statistische Physik

Übungsblatt 9 (Abgabe: 19.12.2011)

Übungstermin: Di 14h-17h c.t., Raum Phy 5.1.01

Dr. Magdalena Margańska-Łyżniak (Raum 3.1.22, Telefon -2042)
Dr. Sebastian Bange (Raum 2.1.24, Telefon -2076)

Teil 1: Statistische Physik

Aufgabe 1 Thermal radiation

The measured energy current density from the Sun arriving on Earth is 1.37 kW/m^2 (solar constant).

(a) Calculate the total energy current I_E leaving the Sun (its luminosity) assuming that the Sun is a perfect blackbody, that the distance between the Sun and the Earth is $150 \cdot 10^9$ m, and that the Sun's radius is $7 \cdot 10^8$ m. (1 Punkt)

(b) Calculate the surface temperature of the Sun. At which energy and at which wavelength λ do you find a maximum in the spectrum? (Be careful when rewriting the Planck's function in terms of λ.) (2 Punkte)

(c) Estimate the expected temperature of the Earth surface by balancing the incoming and outgoing energy currents (the Earth's radius is 6400 km). Try both an assumption that the Earth is a perfect blackbody and a more realistic one, that the Earth emits only 70% of the energy which would be emitted by a blackbody at the same temperature. (2 Punkte)

(d) By how much would the temperature of the Earth surface rise if the temperature of the Sun rose by 5%? (1 Punkt)

Aufgabe 2 Greenhouse effect

The greenhouse effect is the warming up of the Earth's surface by the infrared-absorbing trace gases in the atmosphere. The most important of those are the carbon dioxide and the water vapour - they are responsible for 90% of the effect. Without this natural greenhouse effect the mean temperature of the Earth surface would be ca. 280 K (see Problem 1). We shall now consider a very simplified model of the greenhouse effect. Let us assume that the Earth is a perfect blackbody and the atmosphere is a greenhouse roof. The latter means that the absorption layer transmits all radiation incoming from the Sun, while all infrared radiation emitted by the Earth is absorbed by that layer and reemitted in all directions. Assume that the part which is reemitted back towards the Earth surface is 10% of the Earth's radiation.

Estimate how much the temperature of the Earth surface rises because of the greenhouse effect. (3 Punkte)

Aufgabe 3 Cosmic background microwave radiation

The universe is pervaded by a 3K blackbody radiation. To put it in simple terms, this radiation arose from the adiabatic expansion of a much hotter photon cloud which was produced when free electrons and nuclei combined to form neutral hydrogen and helium in the early stages of the Universe (when the temperature had dropped to 3000 K). Neutral matter scatters electromagnetic radiation much less than charged particles do: the photons are said to have *decoupled* from the matter and could subsequently expand freely.

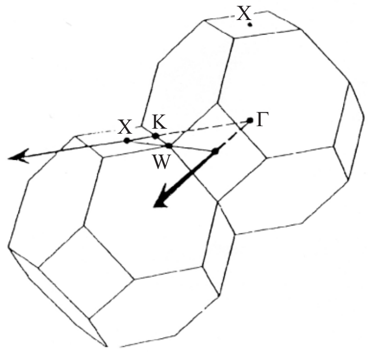
(a) Why is the recent expansion adiabatic rather than, say, isothermal? (1 Punkt)

(b) If in the next 10^{10} years the volume of the Universe reversibly increases by a factor of two, what will then be the temperature of the cosmic background radiation? (2 Punkte)

Teil 2: Festkörperphysik

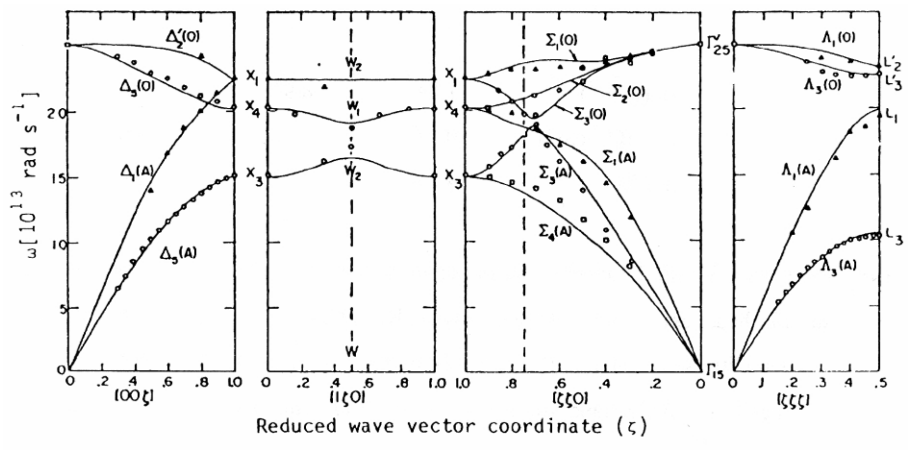
Aufgabe 4 Schallgeschwindigkeit in Diamant

(a) Bestimmen Sie die Entfernungen vom Γ-Punkt der Brillouin-Zone des fcc-Gitters zum X- und zum L-Punkt.



(1 Punkt)

(b) Ermitteln Sie die Schallgeschwindigkeit in Diamant aus den experimentellen Dispersionsrelationen (siehe Abbildung) für transversale und longitudinale Wellen in die [001] und [111] Richtung. Benutzen Sie die bekannte Brillouin-Zone des kubisch flächenzentrierten Gitters (siehe oben) und die kubische Gitterkonstante $a = 3.56$ Å. (2 Punkte)



Aufgabe 5 Infrarotabsorption in NaCl

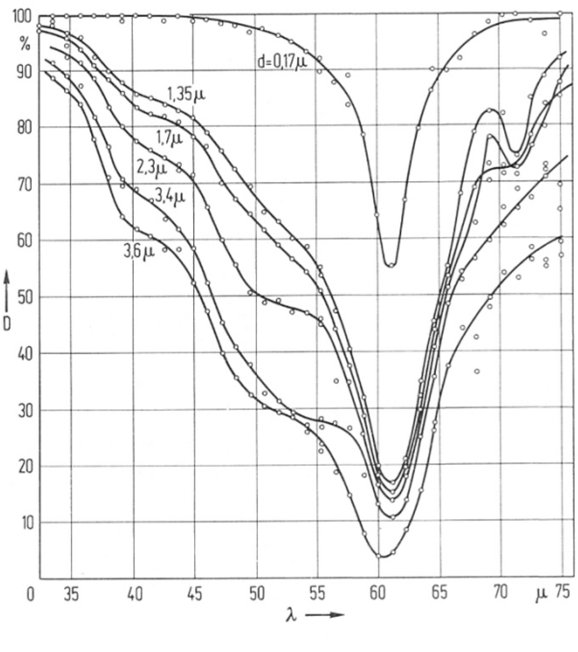
(a) Skizzieren Sie die Dispersionsrelation $\omega(k)$ in der ersten Brillouin-Zone für Phononen einer zweiatomigen linearen Kette. Die Masser der Atome seien M_1 und M_2, der Abstand zweier Atome sei gleich d (Gitterkonstante $a = 2d$) und die Federkonstante seich gleich C. Geben Sie einen Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit an. (2 Punkte)

(b) Wie lautet die Dispersionsrelation $\omega(k)$ für elektromagnetische Wellen (Licht) im Vakuum? Zeichnen Sie diese in die Skizze für (a) mit ein und beachten Sie dabei die Größenordnungen, in denen die Frequenzen und zugehörigen Wellenvektoren jeweils liegen. In welchem k-Bereich würden Sie durch Vergleich der Dispersionsrelationen Absorption von elektromagnetischer Strahlung durch Anregung von Phononen erwarten? (2 Punkte)

Die Abbildung unten zeigt gemessene Infrarot-Transmissionsspektren von dünnen NaCl-Kristallen in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Die jeweiligen Dicken der Kristalle sind angegeben (in µm).

(c) Nehmen Sie als einfaches Modell an, dass Sie die Phononen im NaCl-Kristall durch eine zweiatomige lineare Kette wie in (a) beschreiben können. Berechnen Sie hiermit die Wellenlänge λ, bei der Sie Absorption von Infrarotstrahlung auf Grund von Anregung von Phononen (welchen?) erwarten würden. Vergleichen Sie diese mit dem Absorptionsmaximum im obersten gemessenen Spektrum (für den dünnsten Kristall). Verwenden Sie folgende Parameter für NaCl: Schallgeschwindigkeit $v = 4.7 \times 10^3$ m/s, $d = 2.8 \times 10^{-10}$ m und $M_{\mathrm{Cl}}/M_{\mathrm{Na}} = 35.5/23 \approx 1.5$. (2 Punkte)

(d) Können Sie eine Begründung geben, warum die gemessene Absorption mit zunehmender Dicke der Kristalle breiter wird? (1 Punkt)



Aufgabe 6 Debye-Waller Faktor

Die Intensität der Bragg-Reflexe bei der Röntgenbeugung hängt von der Temperatur des Kristalls ab. Diese Abhängigkeit wird durch den Debye-Waller-Faktor $D = I_{hkl}(T)/I_{hkl,0}$ beschrieben, wobei $I_{hkl}(T)$ die Intensität in Richtung (hkl) bei der Temperatur T ist und $I_{hkl,0}$ die Beugungsintensität ohne Phononen angibt. D hat die Bedeutung einer Wahrscheinlichkeit, dass ein Röntgenquant bei der Beugung keine Wechselwirkung mit Phononen erleidet und somit elastisch gestreut wird.

(a) Gehen Sie vom thermischen Mittelwert des Strukturfaktors

$$\langle S_{hkl} \rangle = \sum_i f_i \langle e^{i\vec{G}\cdot(\vec{r}_i + \vec{u})} \rangle = \left(\sum_i f_i e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}_i} \right) \langle e^{i\vec{G}\cdot\vec{u}} \rangle$$

aus, wobei $\vec{u}(t)$ die momentane Auslenkung eines Gitteratoms aus seiner Gleichgewichtslage aufgrund thermischer Bewegung ist und $\langle\cdot\rangle$ eine zeitliche Mittelung bezeichnet. Leiten Sie $D = e^{-1/3G^2\langle u^2\rangle}$ her. Die Temperaturabhängigkeit steckt dabei ein der mittleren quadratischen Auslenkung $\langle u^2\rangle$ der Atome aus ihrer Ruhelage durch thermische Anregung. (2 Punkte)

(b) Betrachten Sie die Atome als *klassische* harmonische Oszillatoren mit der Masse M und der Schwingungsfrequenz Ω. Bestimmen Sie in dieser Näherung einen Ausdruck für D, so dass die Abhängigkeit von der Temperatur und der Masse explizit auftritt. (1 Punkt)