Universität Regensburg

Theoretische Physik II: Quantenmechanik

Prof. John Schliemann SS2010
Übungsleiter: Maxim Trushin, Magdalena Marganska-Lyzniak,
Björn Erbe, Tobias Lautenschlager
Kontakt: maxim.trushin@physik.uni-regensburg.de

Übungsblatt 12 — Abzugeben am 12.07.2010

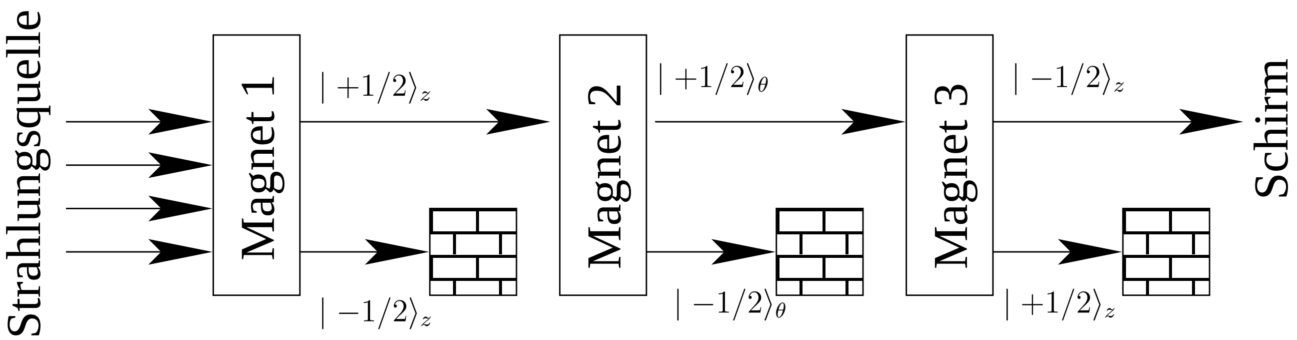
1. **Spin-Projektor für Spin$-1/2$ Teilchen**

   Berechnen Sie die Eigenfunktionen und Eigenwerte des Spin-Projektors $\vec{S}\cdot\vec{n}$ auf die Richtung $\vec{n} = (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta)$, wobei φ, θ Azimut- und Polarwinkel sind. Nehmen Sie an, dass das Teilchen den Spin 1/2 hat.

   Hiweis: Benutzen Sie die Eigenzustandsbasis des σ_z-Operators. 3 Punkte

2. **Stern-Gerlach-Versuch mit drei Magneten**

   Aus einem Atomstrahlofen werden Spin-1/2-Atome ausgedampft. Der Strahl wird mit Hilfe zweier Blenden kollimiert und durchläuft die unten beschriebene Anordung von Magneten. Am Anfang hat der Strahl die Intensität I_0 und keine bestimmte Spinpolarisation.



   - Nach dem ersten Magneten werden die Atome mit dem Spin $|-1/2\rangle_z$ herausgefiltert.
   - Der zweite Magnet ist um den Winkel θ (relativ zu z-Richtung) rotiert. Die Atome mit dem Spin $|-1/2\rangle_\theta$ werden herausgefiltert.
   - Der dritte Magnet ist wieder entlang z-Richtung orientiert. Die Atomen mit dem Spin $|+1/2\rangle_z$ werden herausgefiltert. Die Strahlungsintensität wird gemessen.

   Berechnen Sie die Strahlungsintensität nach dem dritten Magneten als Funktion von θ.

   3 Punkte

3. **Spinpräzession**

Der Hamiltonoperator eines lokalisierten Elektronspins in einem homogenen und zeitlich konstanten Magnetfeld $\vec{H} = H\vec{e}_x$ ist gegeben durch $\hat{H} = \mu\vec{\sigma} \cdot \vec{H}$, wobei $\mu = eg\hbar/(4mc)$, $g \simeq 2$ (d. h. es werden für das ortsfeste Elektron nur Spinfreiheitsgrade betrachtet). Zur Zeit $t = 0$ sei der Zustand $\mid \chi(0)\rangle = \mid +\rangle$ (Eigenzustand von σ_z mit Eigenwert $+1$) realisiert.

(a) Untersuchen Sie die zeitliche Entwicklung $\mid \chi(t)\rangle$ dieses Zustandes, indem Sie die zeitabhängige Schrödingergleichung in der Darstellung $\mid \chi(t)\rangle = (a(t), b(t))^T$ ausschreiben und das Differentialgleichungssystem für $a(t)$ und $b(t)$ lösen. Damit lässt sich der Spinzustand $\mid \chi(t)\rangle$ zur Zeit $t > 0$ explizit durch die Eigenzustände von σ_z ausdrücken.

2 Punkte

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergibt sich bei einer Messung der Komponente S_z des Spinoperators $\vec{S} = (\hbar/2)\vec{\sigma}$ zur Zeit $t > 0$ der Messwert $+\hbar/2$?

2 Punkte

(c) Berechnen Sie den Erwartungswert des Spinoperators, d. h. $\langle\vec{\sigma}\rangle(t) = \langle\chi(t) \mid \vec{\sigma} \mid \chi(t)\rangle$, und zeigen Sie, dass $\langle\vec{\sigma}\rangle(t)$ eine Präzessionsbewegung um die Feldrichtung ausführt. Geben Sie die Kreisfrequenz an.

2 Punkte