Universität Regensburg


# Theoretische Physik II: Quantenmechanik


Prof. John Schliemann SS2010

Übungsleiter: Maxim Trushin, Magdalena Marganska-Lyzniak, Björn Erbe, Tobias Lautenschlager

Kontakt: maxim.trushin@physik.uni-regensburg.de


Übungsblatt 9 — Abzugeben am 21.06.2010

1. **Eigenzustände zu $\vec{L}^2$ und $L_x$**

   Als "Drehimpulsstandardbasis" bezeichnet man die orthonormierte Basis $\{\mid lm\rangle\}$ der simultanen Eigenzustände zu $\vec{L}^2$ und $L_z$. Bestimmen Sie für den Drehimpuls $l = 1$ die Eigenzustände $\mid 1\mu\rangle$ zu $L_x$, welche $L_x \mid 1\mu\rangle = \hbar\mu \mid 1\mu\rangle$ erfüllen, ausgedrückt durch die Eigenzustände $\mid 1m\rangle$ zu $L_z$:

   (a) Verschaffen Sie sich mit Hilfe der Leiteroperatoren die Elemente der Matrix $\langle 1m' \mid L_x \mid 1m\rangle$. 2 Punkte

   Hinweis: Benutzen Sie die Operatoren $L_\pm = L_x \pm iL_y$ und die Beziehung zw. $\vec{L}^2$, $L_z$ und $L_\pm$.

   (b) Entwickeln Sie $\mid 1\mu\rangle$ in der Basis $\{\mid 1m\rangle\}$, und schreiben Sie mit der Matrix aus (a) das Eigenwertproblem für die Entwicklungskoeffizienten an.

   1 Punkt

   (c) Berechnen Sie die Eigenwerte $\mu$ und die dazu gehörigen normierten Eigenzustände $\mid 1\mu\rangle$.

   2 Punkte

   (d) Einer der möglichen Eigenwerte ist $\mu = 0$. Geben Sie den Erwartungswert von $L_z$ sowie die möglichen individuellen Messwerte von $L_z$ im Zustand $\mid 1, 0\rangle$ an.

   1 Punkt

2. **Unschärferelation für $L_x$, $L_y$**

   Verifizieren Sie die allgemeine Unschärferelation $\Delta O_1 \Delta O_2 \geq \frac{1}{2}|\langle i[O_1, O_2]\rangle|$ explizit für $O_1 = L_x$, $O_2 = L_y$ und allgemeines $\mid \psi\rangle = \mid lm\rangle$ (Eigenzustand von $\vec{L}^2$ und $L_z$). Für welche $m$ gilt Gleichheit?

   2 Punkte

3. **Angeregtes Wasserstoffatom**

   Das Elektron im Wasserstoffatom befindet sich zur Zeit $t = 0$ in einem Zustand, der durch die Wellenfunktion $\psi(\vec{r}, t = 0) = N(4\phi_{100}(\vec{r}) + 3\phi_{211}(\vec{r}) - \phi_{210}(\vec{r}) + 2\phi_{21-1}(\vec{r}) + \sqrt{6}\phi_{311}(\vec{r}))$ beschreiben wird. Dabei sind die $\phi_{nlm}(\vec{r})$ die normierten Wasserstoffeigenfunktionen zur Energie $E_n$.

   (a) Berechnen Sie die Normierungsfaktor $N$, und geben Sie die Wellenfunktion $\psi(\vec{r}, t)$ für Zeiten $t > 0$ an.

1 Punkt

(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ergibt eine Messung an diesem Zustand die Ergebnisse $E = E_2$, $\vec{L}^2 = 2\hbar^2$ und $L_z = \hbar$? Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird jeder der drei Werte bei einer individuellen Messung gefunden?

1 Punkt

(c) Wie groß sind die Erwartungswerte der Energie, des Quadrats des Drehimpulses sowie der $z$-Komponente des Drehimpulses?

1 Punkt